

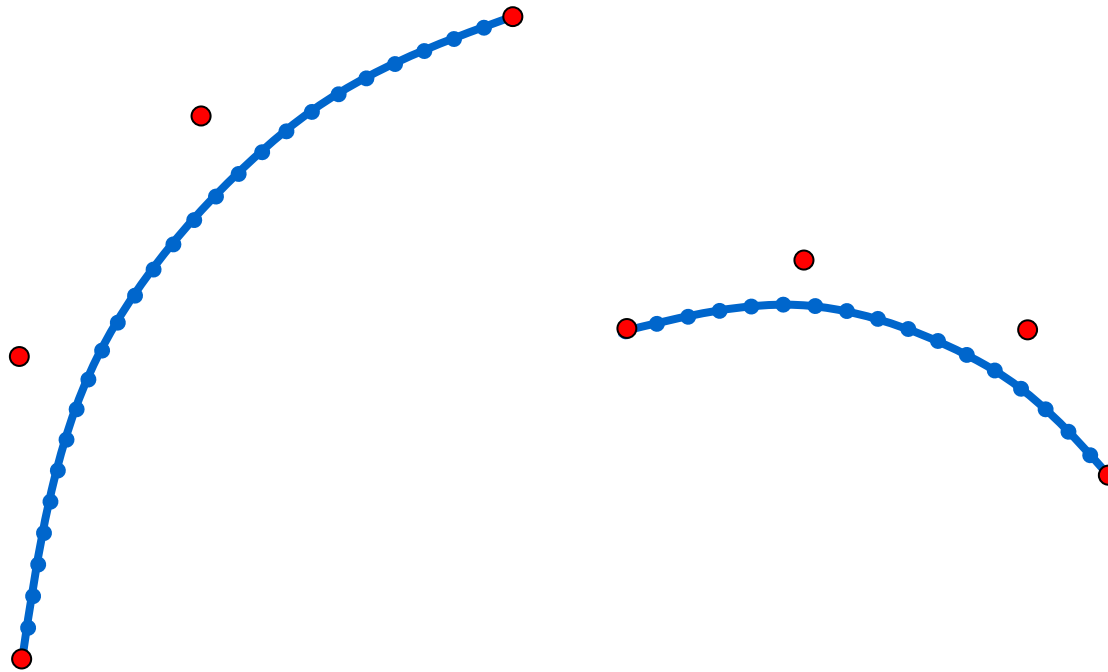
Computergrafik SS 2010

Oliver Vornberger

noch Kapitel 7:  
2D-Kurven

Vorlesung vom 03.05.2010

# Invarianz bzgl. Abbildung



B-Splines sind nicht invariant unter Projektion !

# NURBS

Non Uniform

$t_j$  nicht äquidistant

Rational

Gewichtsquotient

B-Splines

Gewichtsfunktion

# NURBS

Punkte  $P_i$     Knoten  $t_j$     Gewichte  $h_i$

$$\sum_{i=0}^n N_{i,k}(t) = 1$$

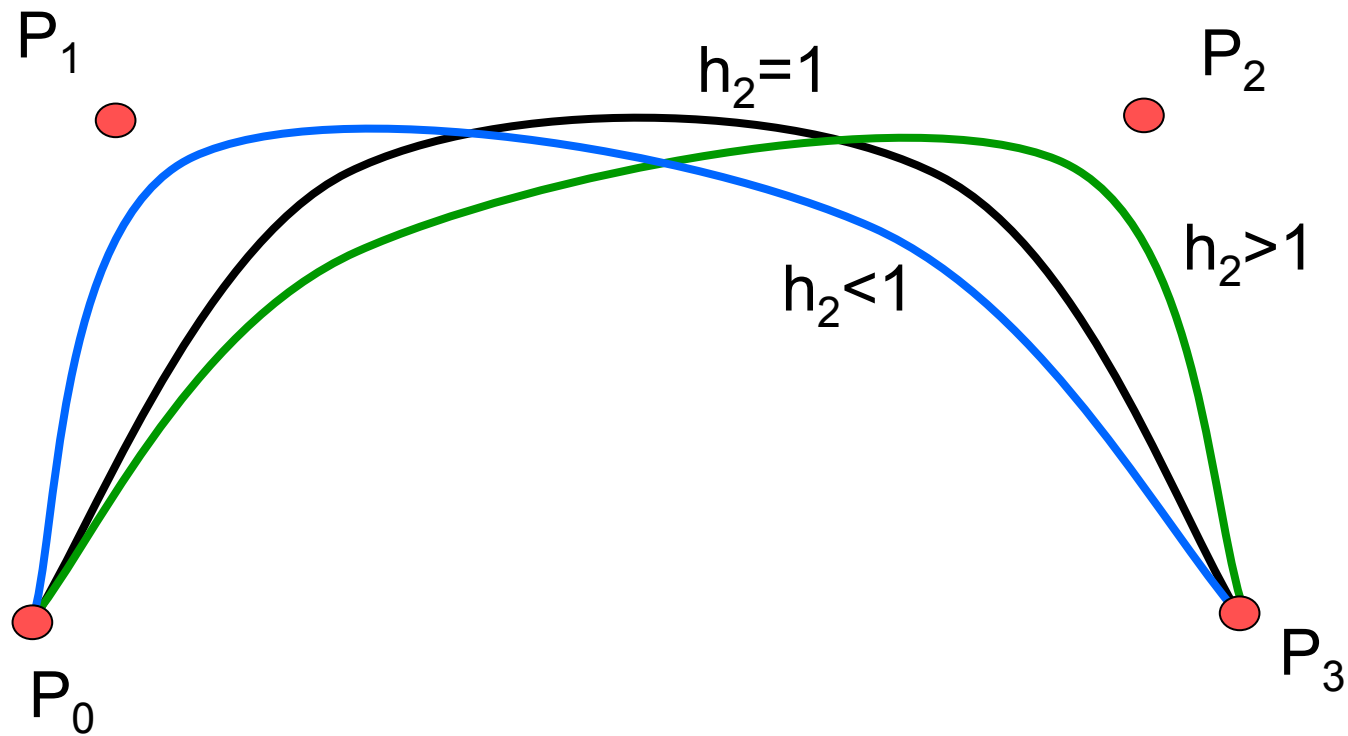
$$\sum_{i=0}^n h_i \cdot N_{i,k}(t) = z$$

normiere auf 1

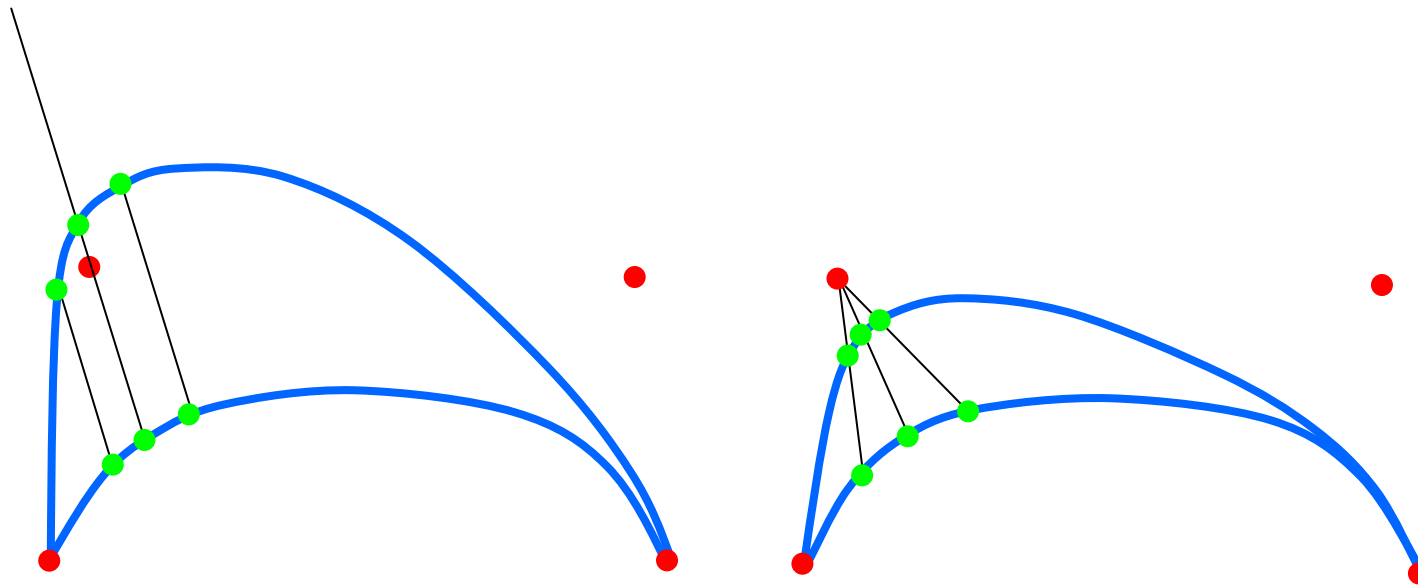
$$R_{i,k}(t) = \frac{h_i \cdot N_{i,k}(t)}{\sum_{j=0}^n h_j \cdot N_{j,k}(t)}$$

$$P(t) = \sum_{i=0}^n R_{i,k}(t) \cdot P_i$$

# Auswirkung der NURBS-Gewichte



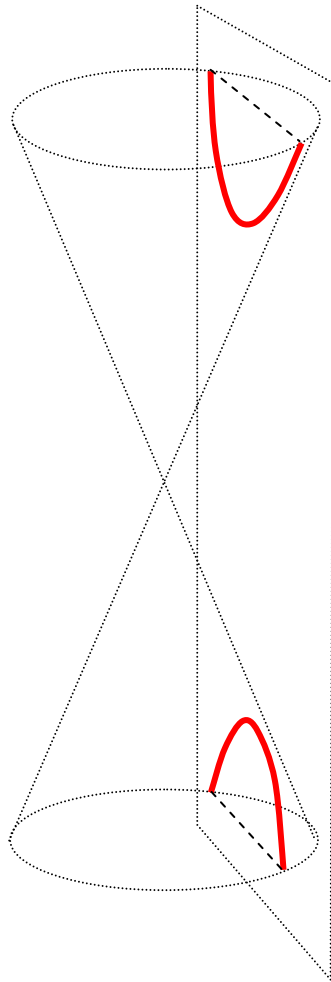
# Möglichkeiten der Einflussnahme



Kontrollpunkt verschieben:  
Punkte wandern parallel

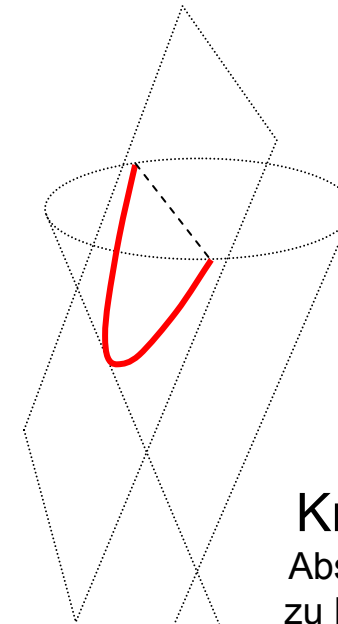
Gewicht erhöhen:  
Punkte wandern auf  
Kontrollpunkt zu

# Kegelschnitte



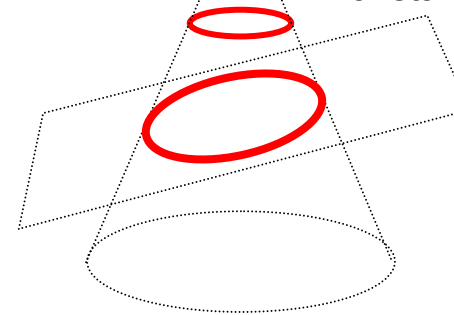
**Hyperbel**  
Differenz der  
Abstände  
konstant

**Parabel**  
Abstand zu  
Punkt und  
Gerade  
gleich

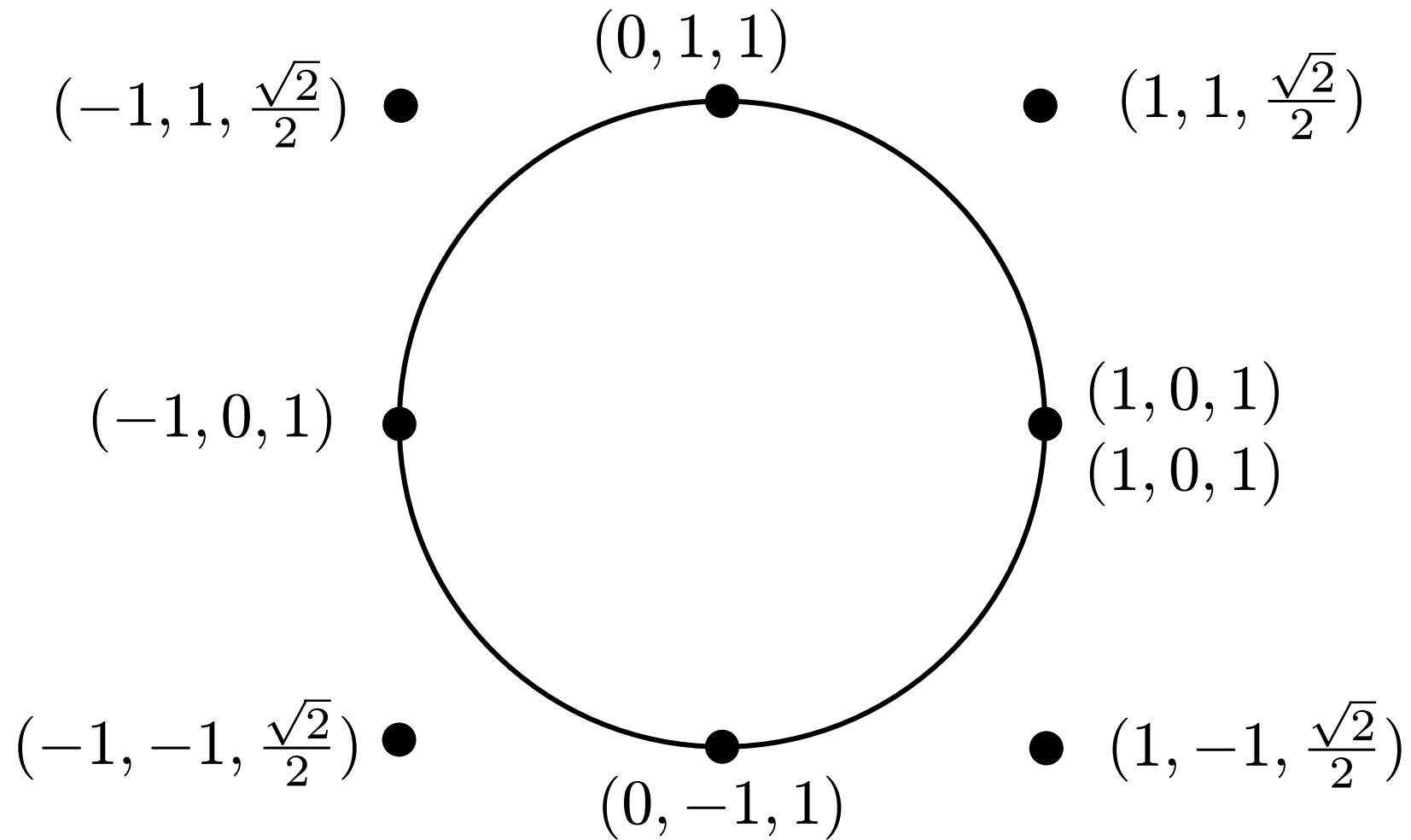


**Kreis**  
Abstand  
zu Punkt  
konstant

**Ellipse**  
Summe der  
Abstände  
konstant



# NURBS-Kreis



Knotenvektor: 0,0,0,1,1,2,2,3,3,4,4,4



# Viertelkreis durch NURBS

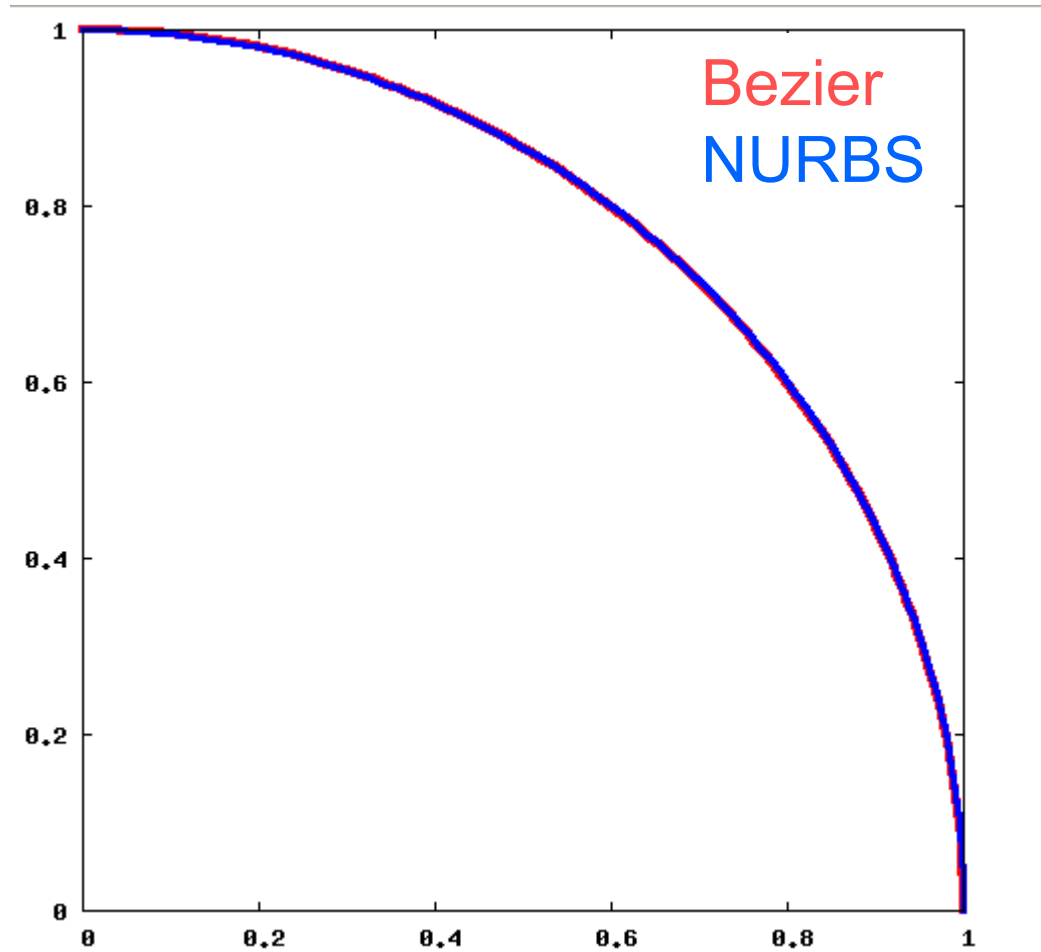
$$P_x(t) = \left( \frac{16t^2 - 8t + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t)}{16t^2 - 8t + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t) + 16t^2} \right)$$

$$P_y(t) = \left( \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t) + 16t^2}{16t^2 - 8t + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t) + 16t^2} \right)$$

korrekter Kreis, denn  $P_x^2(t) + P_y^2(t) =$

$$\left( \frac{16t^2 - 8t + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t)}{16t^2 - 8t + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t) + 16t^2} \right)^2 + \left( \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t) + 16t^2}{16t^2 - 8t + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(-32t^2 + 8t) + 16t^2} \right)^2 = 1$$

# 2 Kreise



## NURBS + homogene Koordinaten

$$P(t) = \sum_{i=0}^n \frac{h_i \cdot N_{i,k}(t)}{\sum_{j=0}^n h_j \cdot N_{j,k}(t)} \cdot P(i)$$

Punktkoordinaten  $\rightarrow$  Homogene Koordinaten

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} h_i \cdot x_i \\ h_i \cdot y_i \\ h_i \end{pmatrix}$$
$$P_i \quad \longrightarrow \quad P'_i$$

# NURBS + homogene Koordinaten

verwende B-Splines:  $P'(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,k}(t) \cdot P'_i$

1.+2. Komponente:  $\sum_{i=0}^n h_i \cdot N_{i,k}(t) \cdot P_i$

3. Komponente:  $\sum_{j=0}^n h_j \cdot N_{j,k}(t)$

Punktkoordinaten ← Homogene Koordinaten

$$\begin{pmatrix} x/z \\ y/z \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$
$$\frac{\sum_{i=0}^n h_i \cdot N_{i,k}(t) \cdot P_i}{\sum_{j=0}^n h_j \cdot N_{j,k}(t)} = \sum_{i=0}^n R_{i,k}(t) \cdot P_i = P(t)$$



# Wer kurvt am besten ?

Splines   Bézier   B-Splines   NURBS

	Splines	Bézier	B-Splines	NURBS
konstanter Polynomgrad	+	-	+	+
lokaler Einfluss	-	-	+	+
effiziente Speicherung	+	+	+	+
Kreis möglich	-	-	-	+
invariant bzgl. Affine Abb.	+	+	+	+
invariant bzgl. Projektion	-	-	-	+

Computergrafik SS 2010

Oliver Vornberger

Kapitel 8:

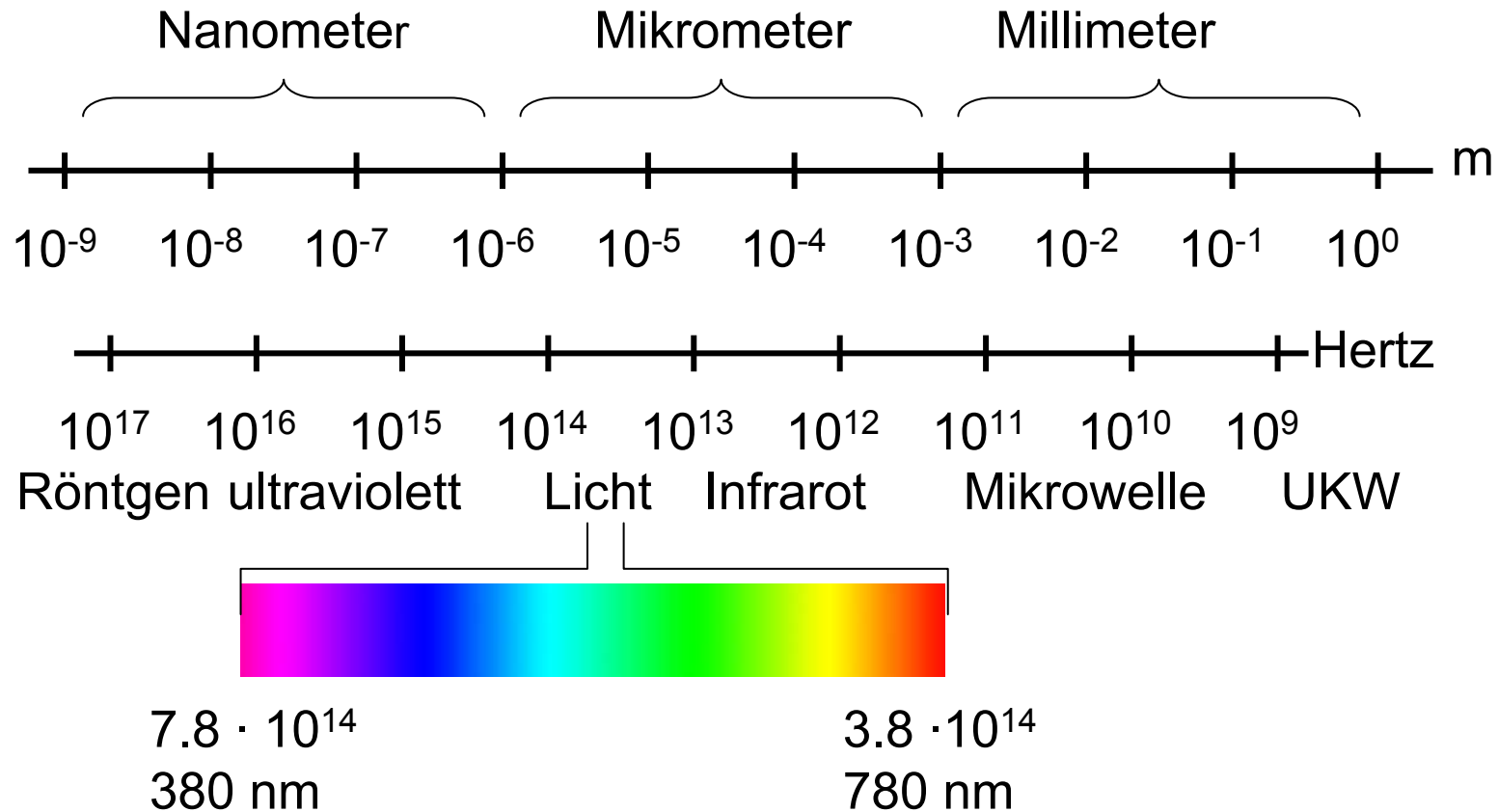
Farbe

# Farbenlehre

Zunächst am Licht entsteht uns eine Farbe, die wir Gelb nennen, eine andere zunächst an der Finsternis, die wir mit dem Worte Blau bezeichnen. Diese beiden, wenn wir sie in ihrem reinsten Zustand dergestalt vermischen, dass sie sich völlig das Gleichgewicht halten, bringen eine dritte hervor, welche wir Grün heißen.

<http://www.farben-welten.de>

# elektromagnetische Schwingungen

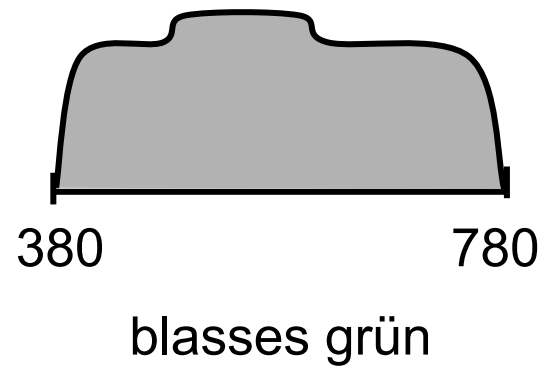
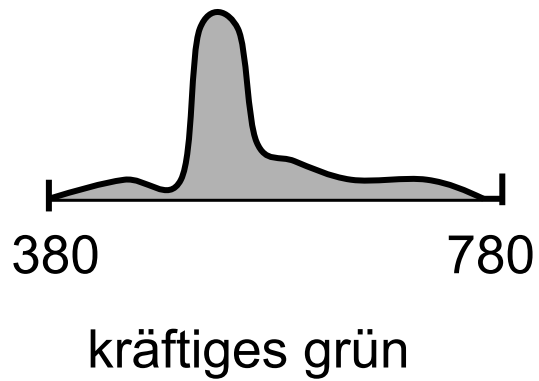
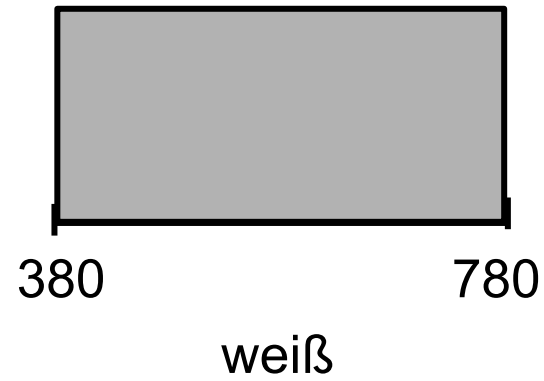




# Licht

- Wellenlänge · Frequenz =  
Lichtgeschwindigkeit =  $2.998 \cdot 10^8$  m/s
- Spektralfarben haben genau eine Frequenz
- natürliches Licht enthält  
Mix von Frequenzen
- Verteilung von Frequenzen  
heißt Spektrum

# Spektrum



# Charakterisierung

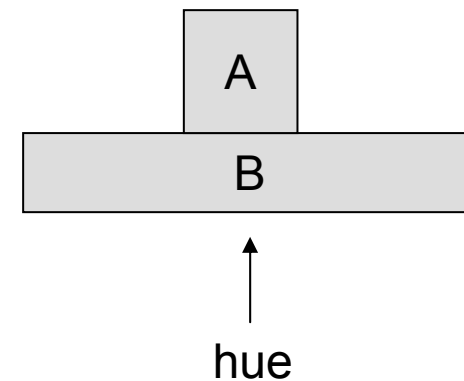
Hue = Farbton      dominante  
Wellenlänge

Luminance = Helligkeit       $A + B$

Saturation = Sättigung       $A / (A + B)$

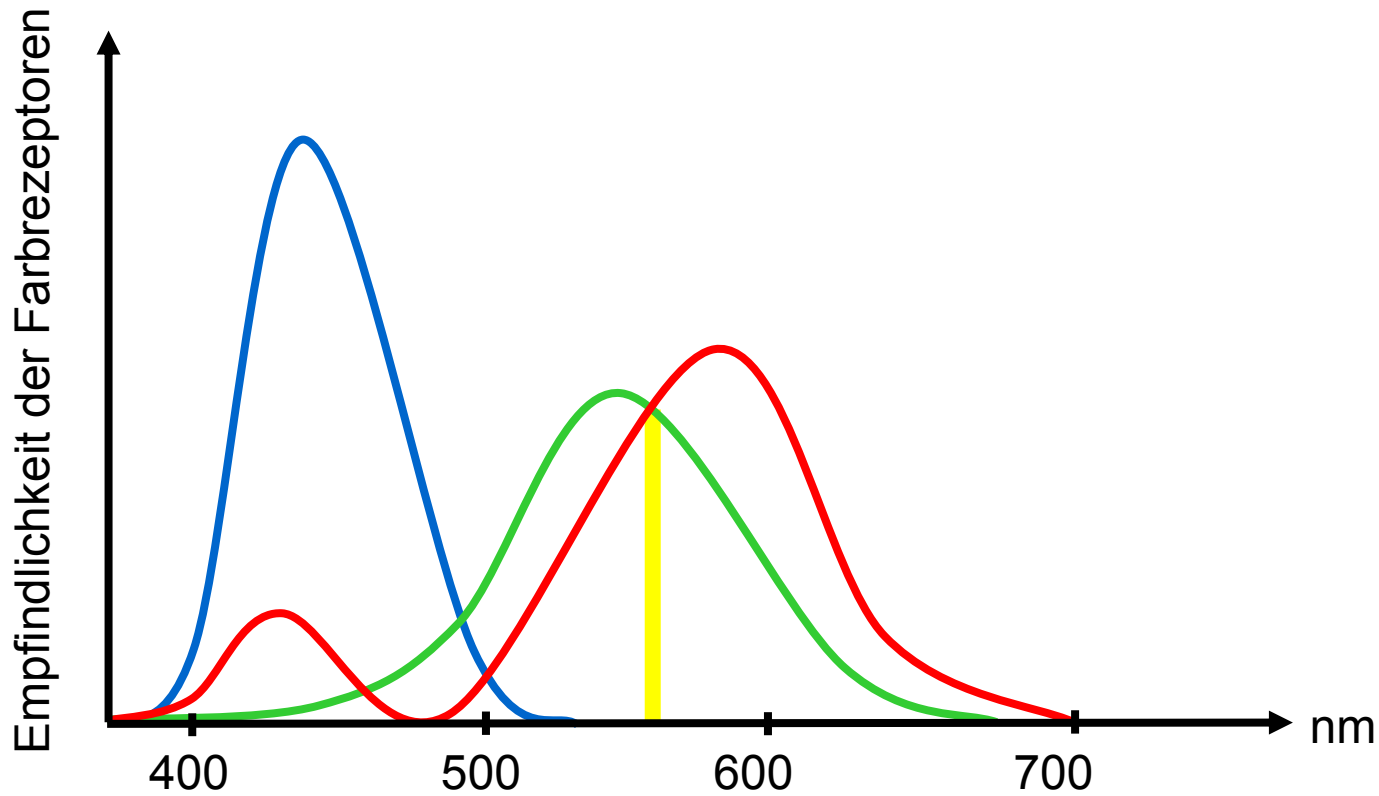
Mensch:

- 100 Farbtöne
- 50 Helligkeitsstufen
- 20 Sättigungsgrade



# Menschliches Sehen

	Typ	Anzahl	Schwelle
S/W:	Stäbchen	125.000.000	1 Photon
Farbe:	Zäpfchen	5.000.000	100 Photonen

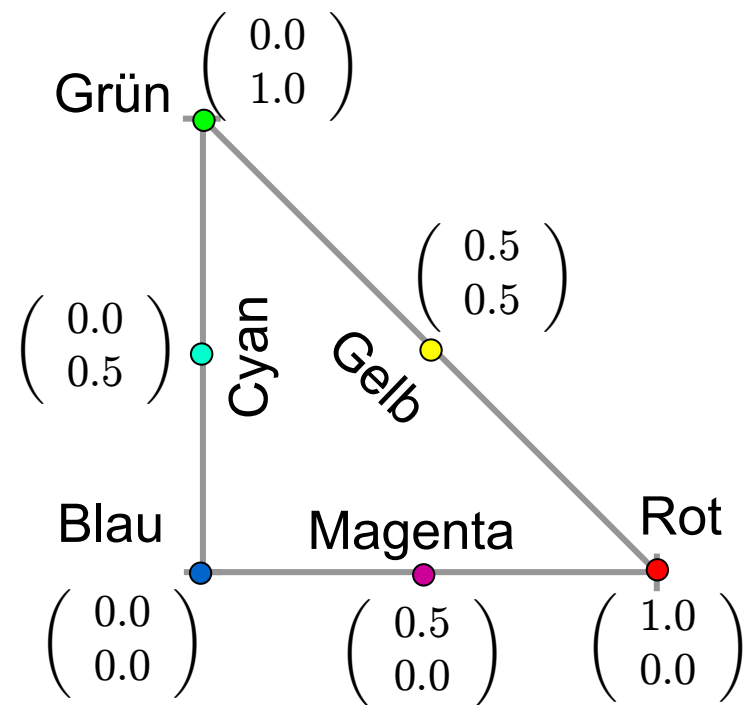


# 2D-Farbgrafik

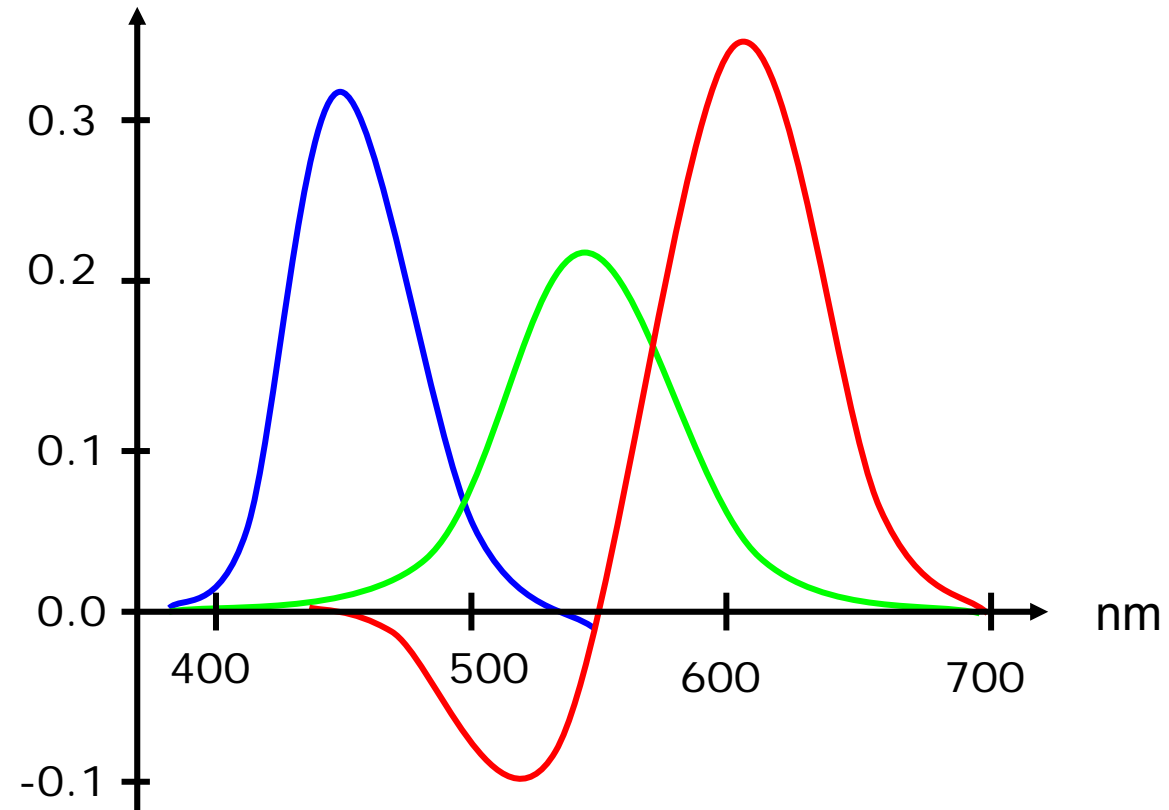
Wähle drei Grundfarben  $R_{\text{ot}}$ ,  $G_{\text{rün}}$ ,  $B_{\text{lau}}$

normiere Mischungsverhältnis auf  $1 = R + G + B$

Notiere Farbe bei  $P = (R, G)$

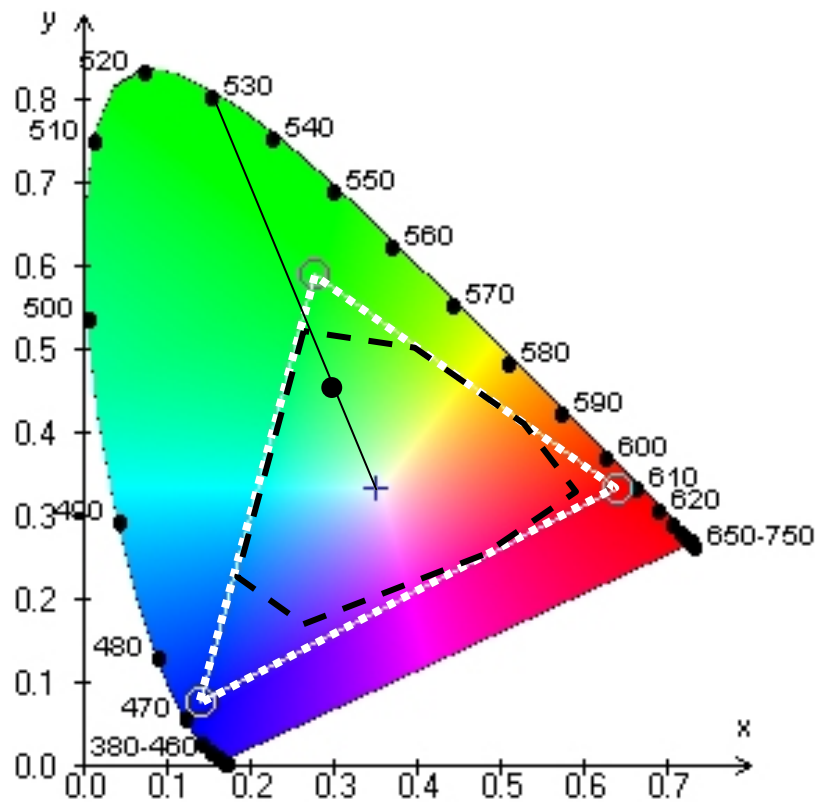


# Tristimulus



# CIE-Farbdigramm

Commission Internationale L'Éclairage



$$R = (0.628, 0.346)$$

$$G = (0.268, 0.588)$$

$$B = (0.150, 0.070)$$

Monitor-Gamut

Printer-Gamut

# Farbkodierung

wähle 3 Grundfarben

$[0..1] \rightarrow [0..255]$

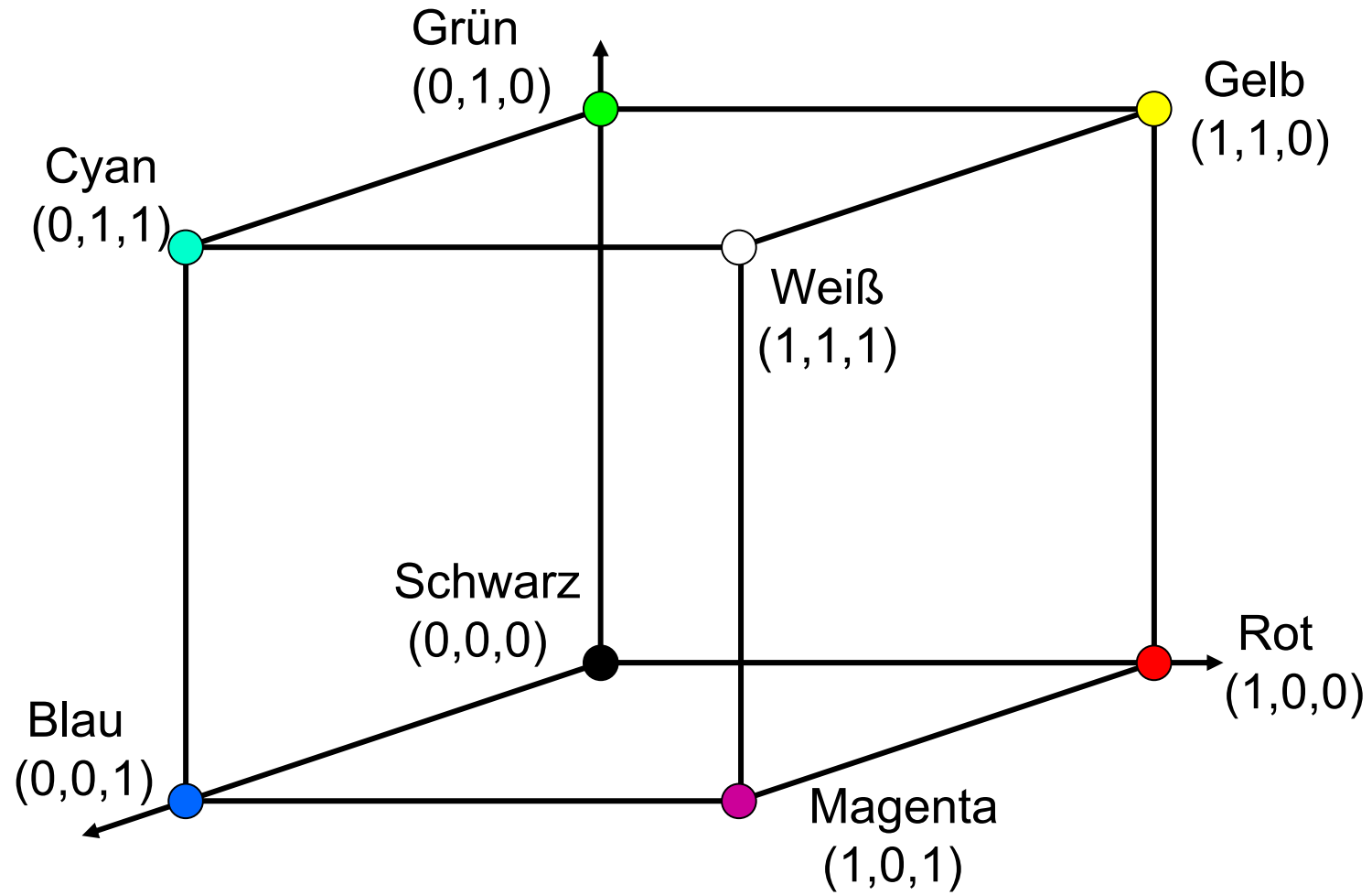
Zahl der Farben =  $256 \cdot 256 \cdot 256$   
= 16777216




# RGB-Modell

- Grundfarben            rot        grün        blau  
                              (1,0,0) (0,1,0) (0,0,1)
- (x,y,z) mische        x Anteile Rot  
                              y Anteile Grün  
                              z Anteile Blau
- additiv
- geeignet für Monitor

# RGB-Modell





# Mischen im RGB-Modell


  $(1,0,0)$  Rot

  $(0,1,0)$  Grün


---


  $(1,1,0)$  Gelb


  $(0,1,0)$  Grün

  $(0,0,1)$  Blau


---

  $(0,1,1)$  Cyan

  $(1,0,0)$  Rot

  $(0,0,1)$  Blau

---

  $(1,0,1)$  Magenta

# Quiz

Wie lauten die RGB-Werte für die Farbe Gelb, 75% Sättigung, 50 % Helligkeit ?

**A** (127, 127, 31)  
| 0,0 %

**B** (255, 255, 63)  
| 0,0 %

**C** (127, 127, 63)  
| 0,0 %

**D** ( 31, 127, 127)  
| 0,0 %

Number of votes: 0

# CMY-Modell

Auge empfängt vom Farbdruck die Lichtanteile, die reflektiert werden:

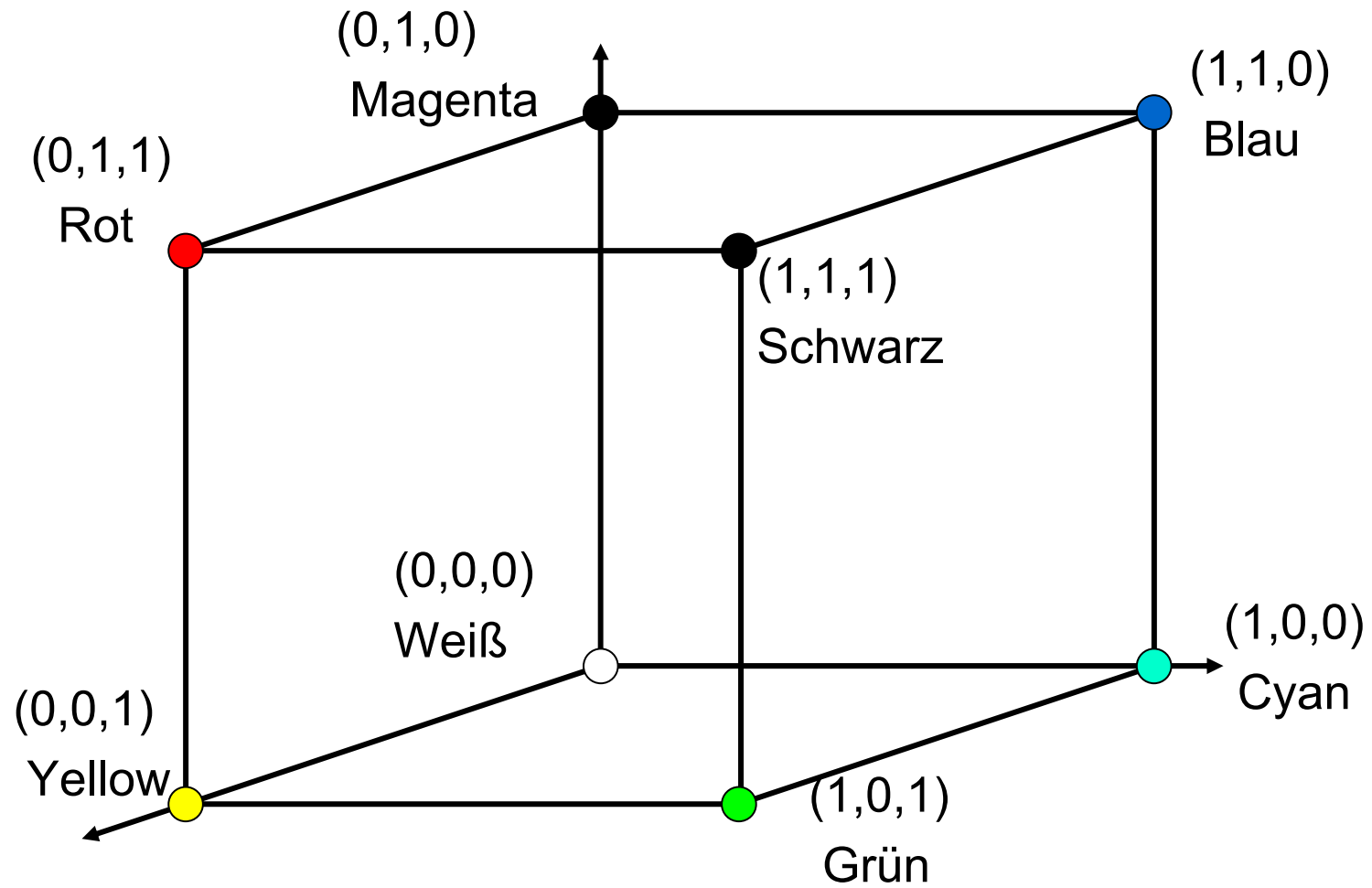
(x,y,z) absorbiert    x Anteile Rot  
                              y Anteile Grün  
                              z Anteile Blau

subtraktiv


geeignet für Drucker


Grundfarben Cyan, Magenta, Yellow

# CMY-Modell




# Mischen im CMY-Modell


  $(0, 1, 0)$  Magenta

  $(0, 0, 1)$  Gelb


---

  $(0, 1, 1)$  Rot


  $(1, 0, 0)$  Cyan

  $(0, 0, 1)$  Gelb


---

  $(1, 0, 1)$  Grün

  $(1, 0, 0)$  Cyan

  $(0, 1, 0)$  Magenta

---

  $(1, 1, 0)$  Blau

## RGB $\leftrightarrow$ CMY

$$\begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix}$$



# CMYK-Modell

verwende zusätzlich schwarze Farbe

Näherung:

$$K := \min(C, M, Y)$$

$$C' := C - K$$

$$M' := M - K$$

$$Y' := Y - K$$

# YUV-Modell

Motivation: S/W-Fernsehen → Farbfernsehen

kodiere Luminanz Y und Farbdifferenzen U,V

$$Y := 0.299 \cdot R + 0.587 \cdot G + 0.114 \cdot B$$

$$U := 0.493 \cdot (B - Y)$$

$$V := 0.877 \cdot (R - Y)$$

$$R := 1.140 \cdot V + Y$$

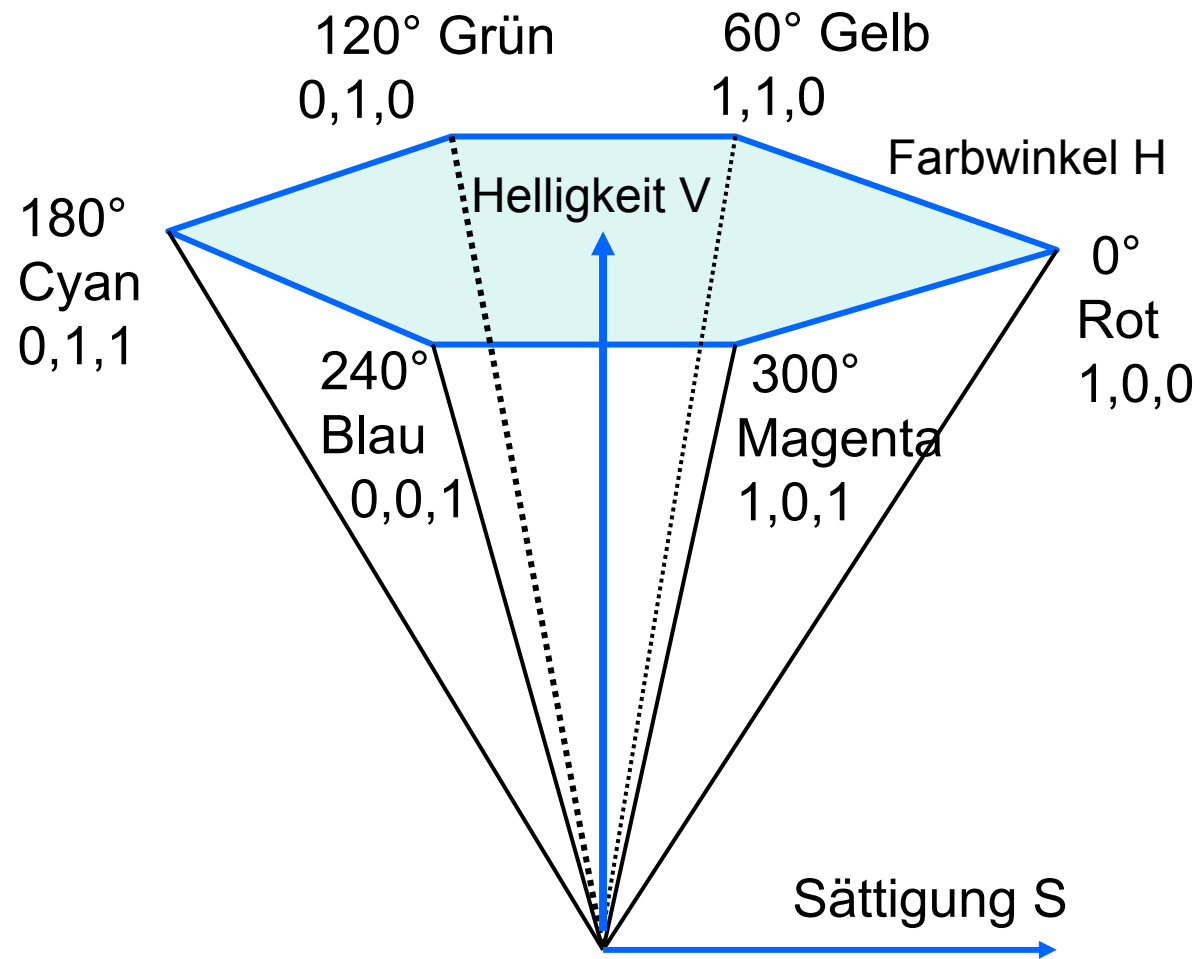
$$G := Y - 0.579 \cdot V - 0.393 \cdot U$$

$$B := 2.028 \cdot U + V$$

# YUV-Beispiel



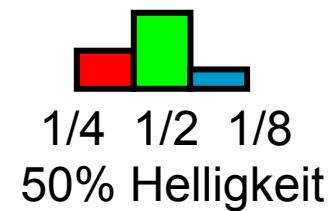
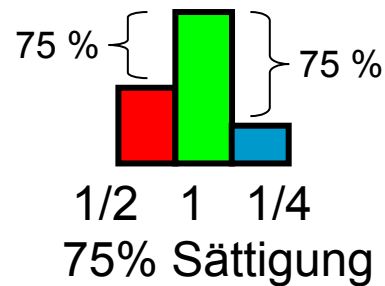
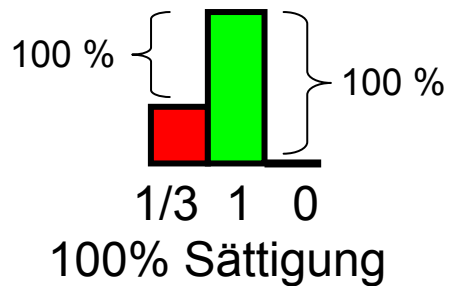
# HSV-Modell



# HSV nach RGB

100°      75 % Sättigung      50 % Helligkeit

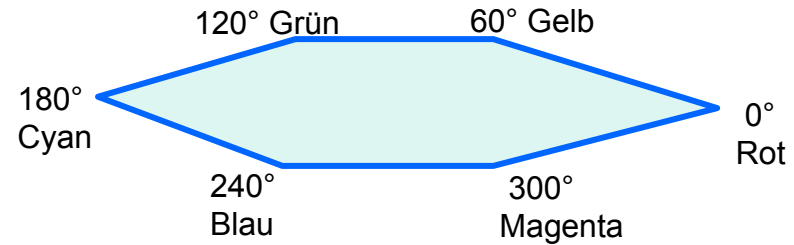
(0,1,0)      (1/3,1,0)      (1,1,0)  
 grün           gelb  
 120°      100°      60°



Lösung: 63 127 31

# Quiz

Wie lautet der RGB-Wert  
(63, 31, 63) in HSV ?



**A** 180°, 50%, 25%

| 0,0 %

**B** 180°, 25%, 50%

| 0,0 %

**C** 300°, 25%, 50%

| 0,0 %

**D** 300°, 50%, 25%

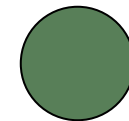
| 0,0 %

Number of votes: 0

# Color Naming System

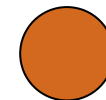
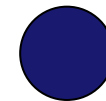
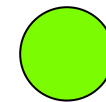
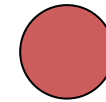
- Farbton:  
red, orange, yellow, green, blue, purple
- Helligkeit  
very dark, dark, medium, light, very light
- Sättigung  
grayish, moderate, strong, vivid

*"medium strong green"*



# Color Data Base

indian red	205	92	92
lawn green	124	252	0
midnight blue	25	25	112
chocolate	210	105	30



<http://www-lehre.inf.uos.de/~cg/2010/farben/>



# Java-Applet zu Farbe

[~cg/2010/skript/Applets/Farben/App.html](#)

# Adobe Photoshop

