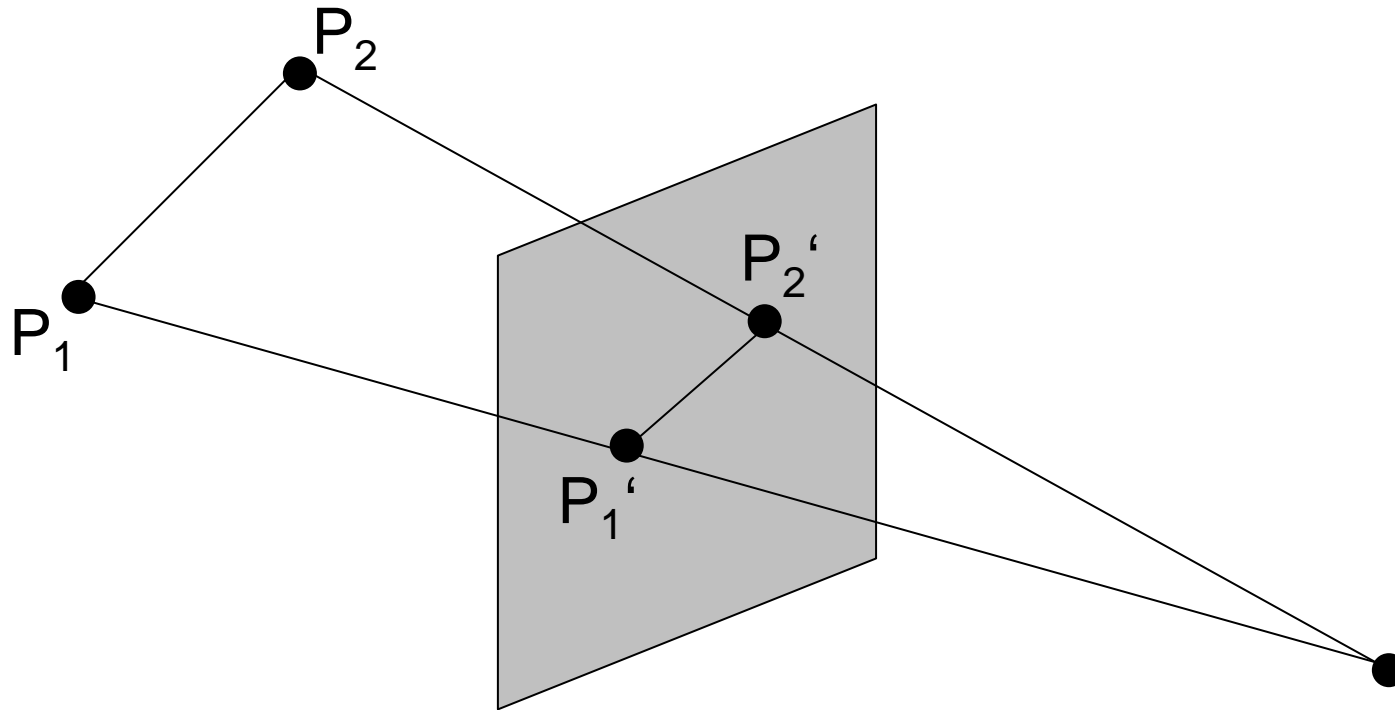


Computergrafik SS 2010

Oliver Vornberger

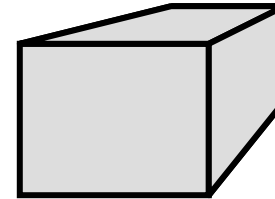
Kapitel 14:  
Projektion

# Projektion

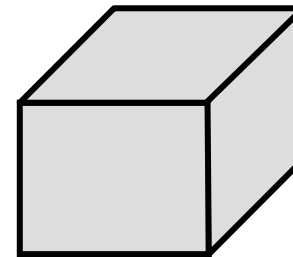


# Projektionsarten

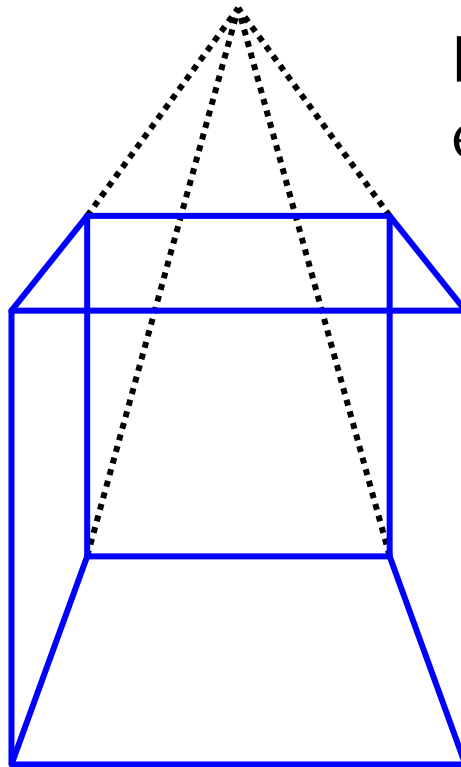
- Zentralprojektion:  
Augenpunkt im endlichen Abstand



- Parallelprojektion:  
Augenpunkt im Unendlichen



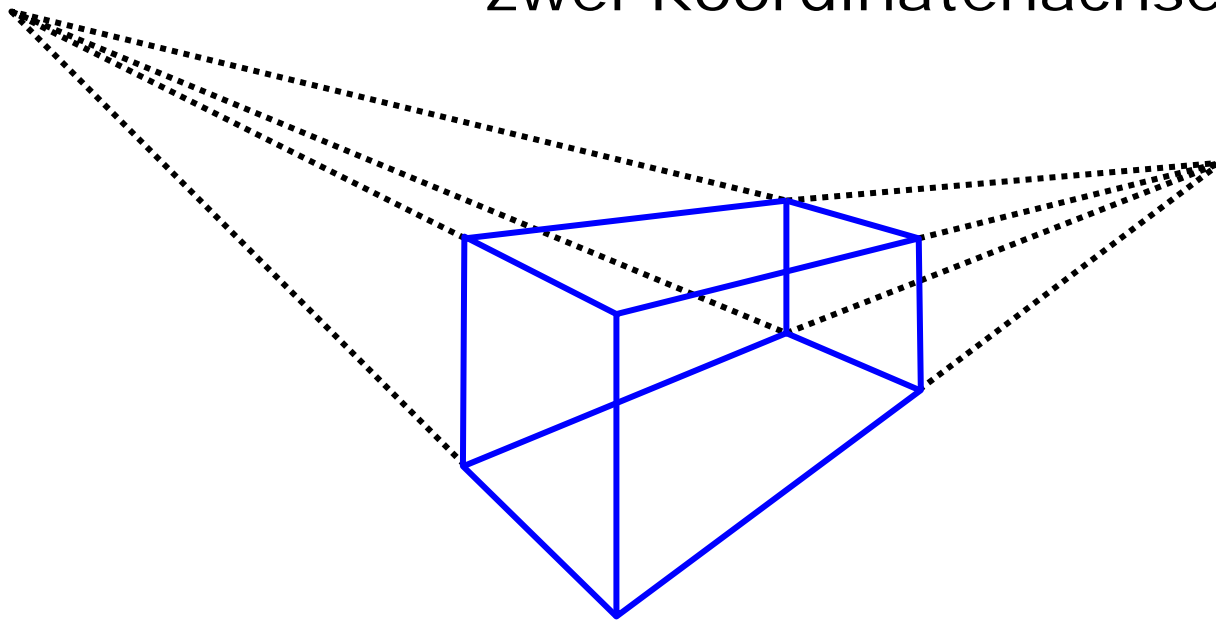
# 1 Fluchtpunkt



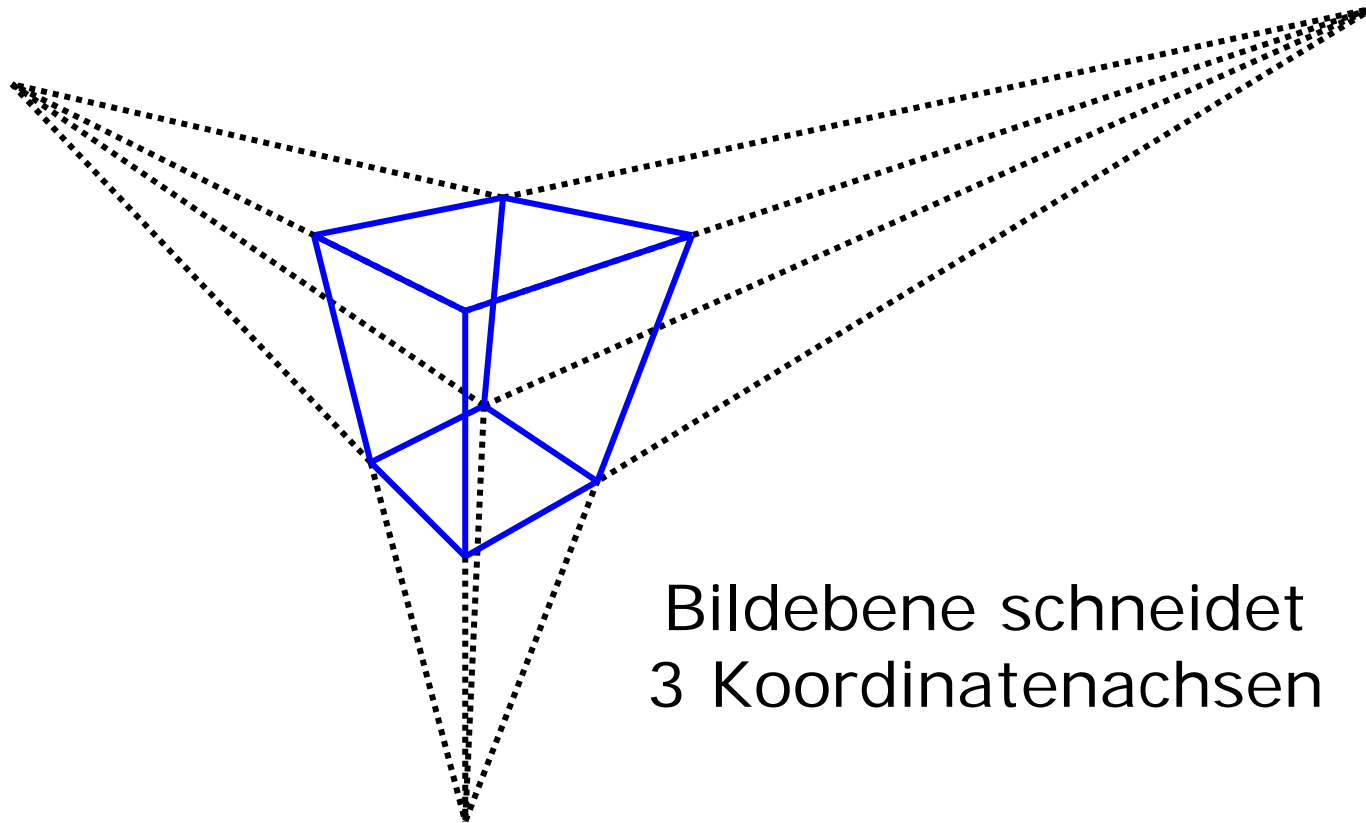
Bildebene schneidet  
eine Koordinatenachse

## 2 Fluchtpunkte

Bildebene schneidet  
zwei Koordinatenachsen



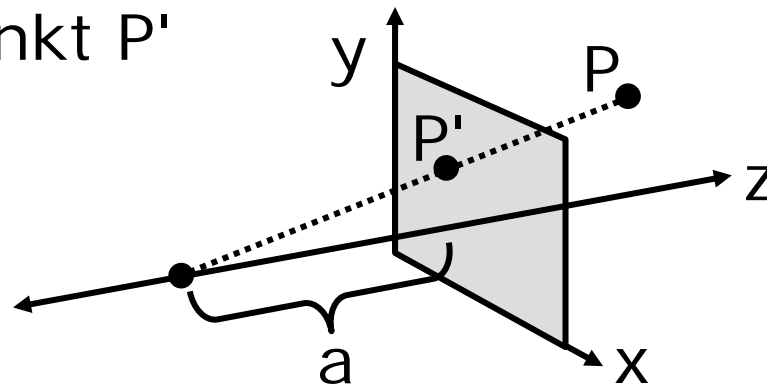
# 3 Fluchtpunkte



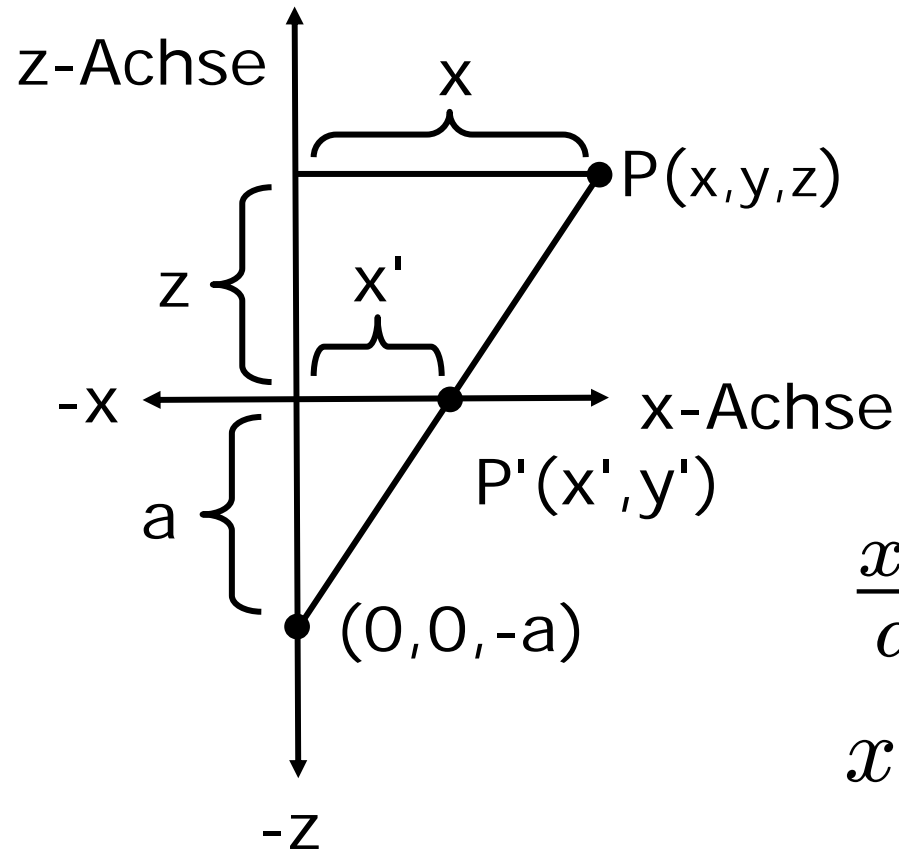
Bildebene schneidet  
3 Koordinatenachsen

# Aufgabenstellung

- Bildebene sei in  $xy$ -Ebene
- Augenpunkt sei auf negativer  $z$ -Achse bei  $-a$
- Gegeben Punkt  $P$
- Finde Schnittpunkt  $P'$



# Blick von oben

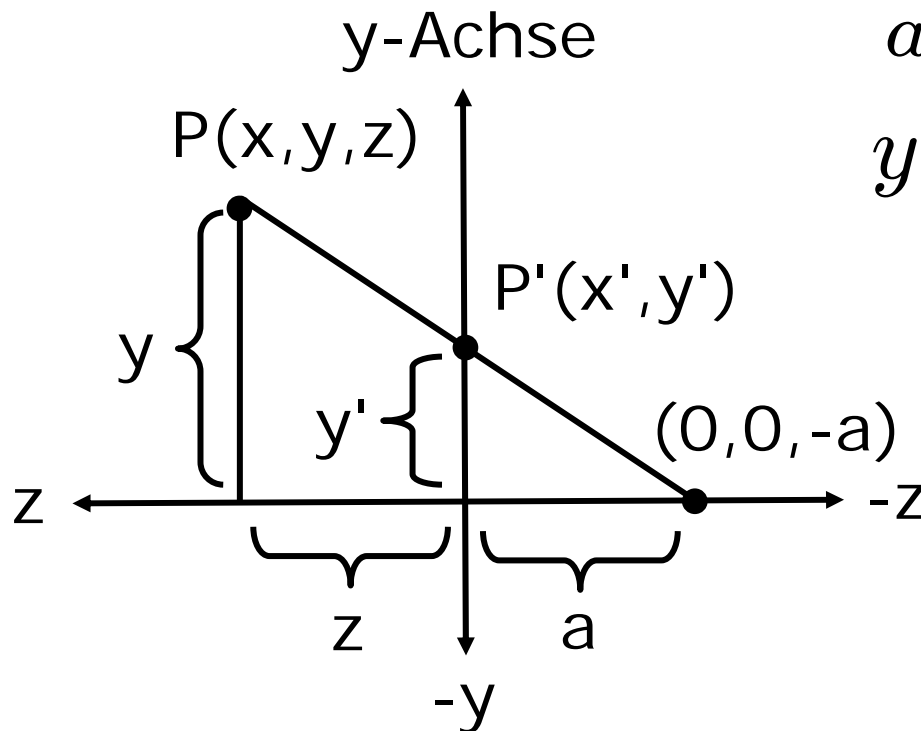


$$\frac{x'}{a} = \frac{x}{a+z}$$

$$x' = \frac{x}{1+z/a}$$



# Blick von der Seite



$$\frac{y'}{a} = \frac{y}{a+z}$$
$$y' = \frac{y}{1+z/a}$$

## Ergebnis

$$x' = \frac{x}{1+z/a} \quad y' = \frac{y}{1+z/a} \quad z \text{ merken}$$

$$x' = \frac{x}{w} \quad y' = \frac{y}{w} \quad w = 1 + z/a$$

$$P' = \left( \frac{x}{w}, \frac{y}{w}, 0, 1 \right) = (x, y, 0, 1 + z/a)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1+z/a \end{pmatrix}$$

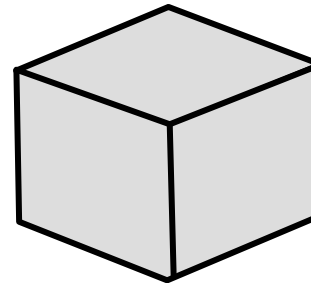
# Parallelprojektion

Normalprojektion

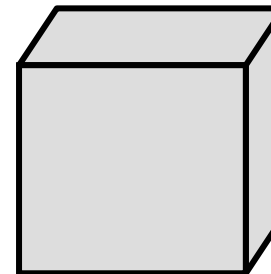
Grund-, Seiten-, Aufriss:



axonometrische  
Projektion:



schiefe Projektion

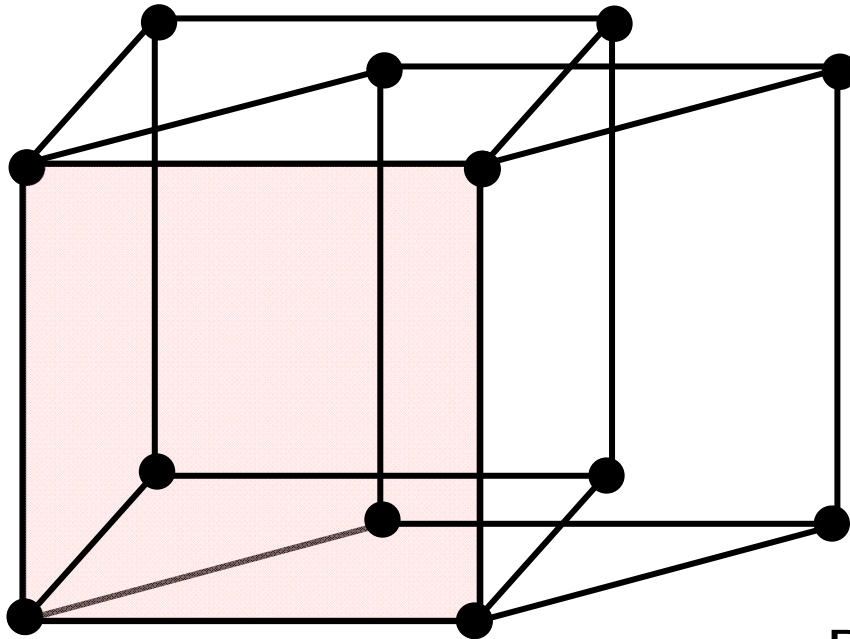


# Normalprojektion

Bilde  $(x, y, z, 1)$  auf  $(x, y, 0, 1)$  ab:

$$P_{ortho_{xy}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Schiefe Projektion



Beeinflusst durch ...

...Verkürzung in z-Richtung

... Anstellwinkel

# Schiefe Projektion

$$x' = x - L \cdot \cos(\alpha)$$

$$(x - x')/L = \cos(\alpha)$$

$$y' = y + L \cdot \sin(\alpha)$$

$$(y - y')/L = \sin(\alpha)$$

$$z' = 0$$

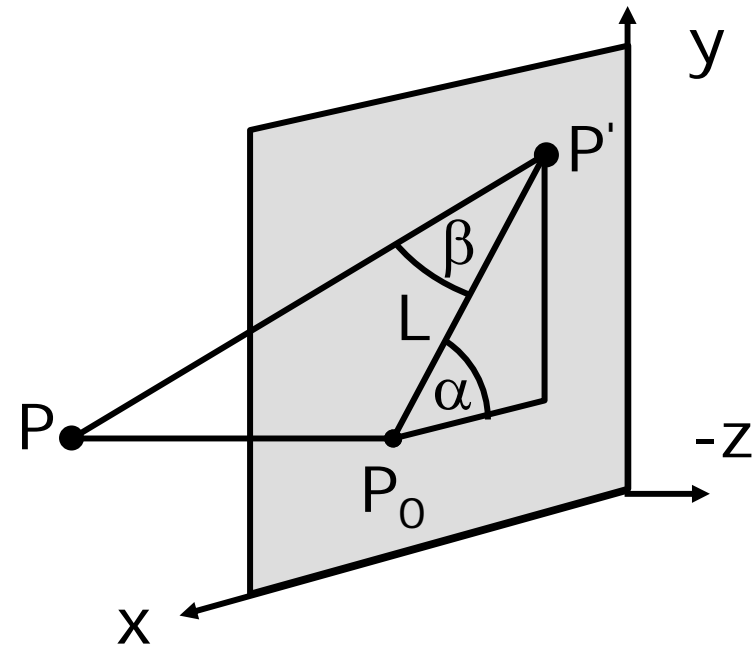
$$\tan(\beta) = z/L$$

$$x' = x - z \cdot (\cos \alpha) / \tan(\beta)$$

$$x' = x + z \cdot (\sin \alpha) / \tan(\beta)$$

$\alpha$  = Anstellwinkel

$\beta$  = Verkürzungsfaktor



## schiefe Transformationsmatrix

$$x' = x - z \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\tan(\beta)}$$

$$y' = y + z \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\tan(\beta)}$$

$$z' = 0$$

$$w' = 1$$

$$P_{\text{schief}_{xy}}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{\cos(\alpha)}{\tan(\beta)} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sin(\alpha)}{\tan(\beta)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

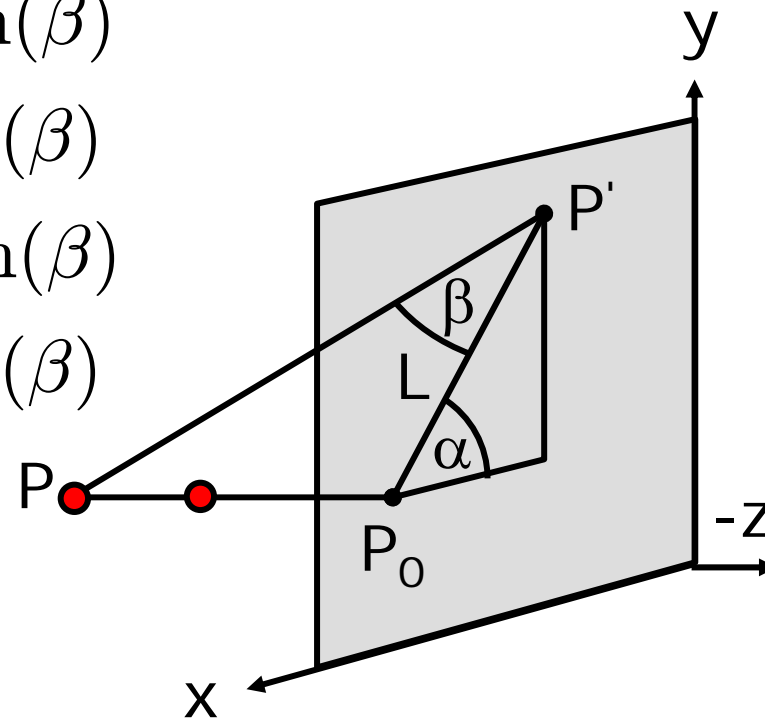
## x-Ausdehnung zu z-Ausdehnung

$$x'_1 = x_1 - z_1 \cdot \cos(\alpha) / \tan(\beta)$$

$$y'_1 = y_1 - z_1 \cdot \sin(\alpha) / \tan(\beta)$$

$$x'_2 = x_2 - z_2 \cdot \cos(\alpha) / \tan(\beta)$$

$$y'_2 = y_2 - z_2 \cdot \sin(\alpha) / \tan(\beta)$$



2 Punkte auf Lot zu x/y:

$$|x'_1 - x'_2| = |(z_1 - z_2) \cdot \cos(\alpha) / \tan(\beta)|$$

$$|y'_1 - y'_2| = |(z_1 - z_2) \cdot \sin(\alpha) / \tan(\beta)|$$



# Verkürzungsfaktor

$$|P'_1 - P'_2| = \sqrt{|x'_1 - x'_2|^2 + |y'_1 - y'_2|^2}$$

$$|P'_1 - P'_2| = \sqrt{\frac{(z_1 - z_2)^2}{\tan^2(\beta)} \cdot (\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha))}$$

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

$$= \frac{z_1 - z_2}{\tan(\beta)}$$

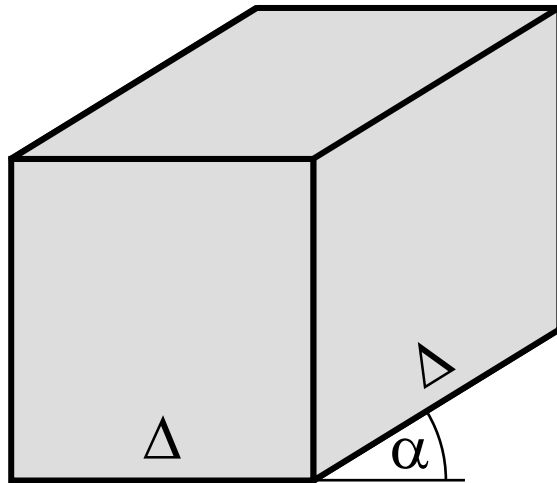
$$d = \frac{1}{\tan(\beta)}$$

$$\beta = 45^\circ \quad \Rightarrow \quad d = 1$$

$$\beta = 63.43^\circ \quad \Rightarrow \quad d = 0.5$$

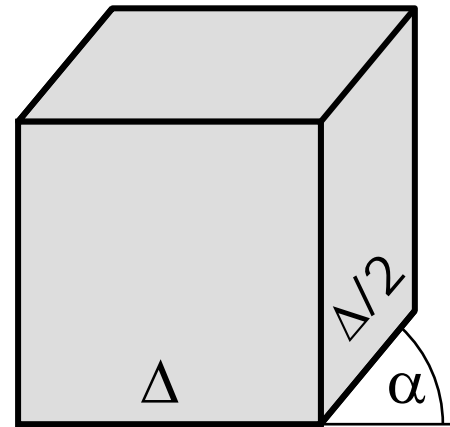
# Beispiele für schiefe Projektion

$$\beta = 45^\circ \Rightarrow d = 1$$
$$\alpha = 35^\circ$$



Kavalierprojektion

$$\beta = 63.43^\circ \Rightarrow d = 0.5$$
$$\alpha = 50^\circ$$



Kabinettprojektion