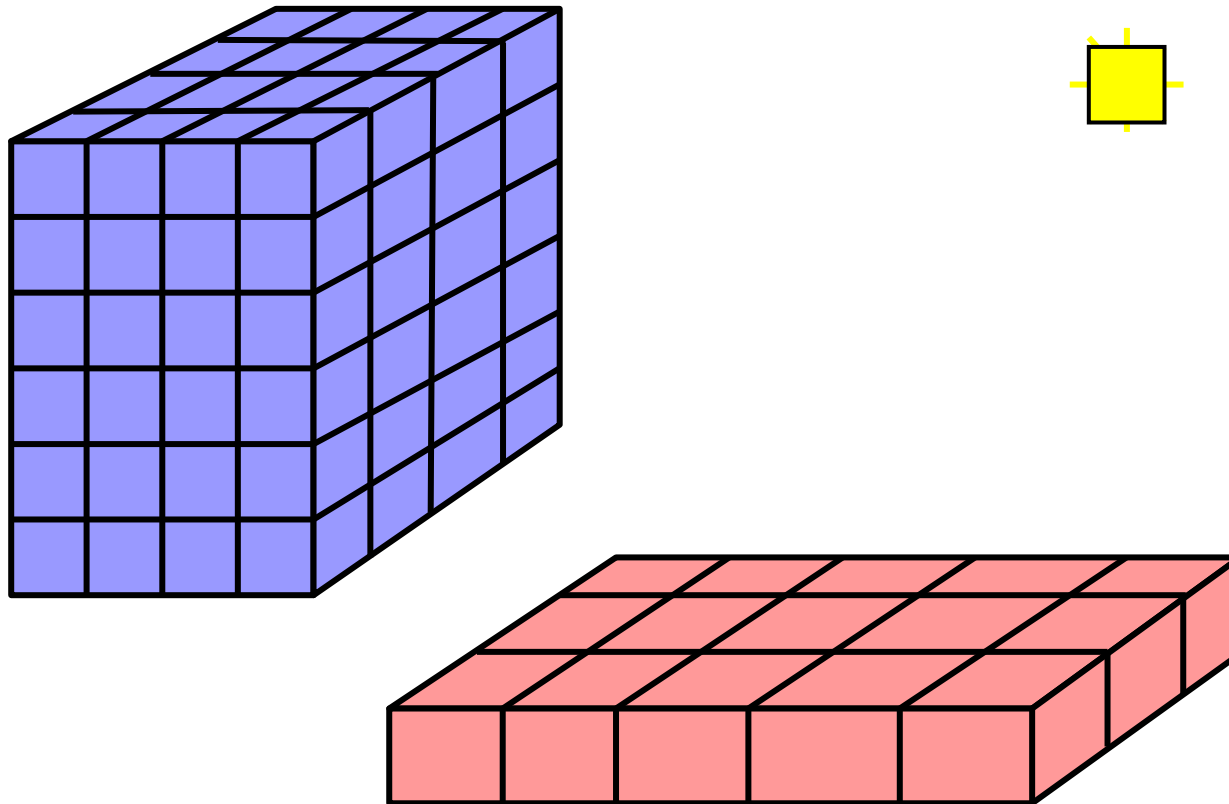


Computergrafik SS 2010

Oliver Vornberger

Kapitel 22:
Radiosity

Globale Beleuchtung



Radiosity-Gleichung

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

B_i Radiosity (Energie pro Fläche, pro Zeit)

A_i Größe von Fläche i

E_i Eigenstrahlung (pro Fläche, pro Zeit)

ρ_i Reflexionsvermögen von Fläche i

F_{ji} Anteil der von j nach i abgegebenen Rate
= Formfaktor

Formfaktoren

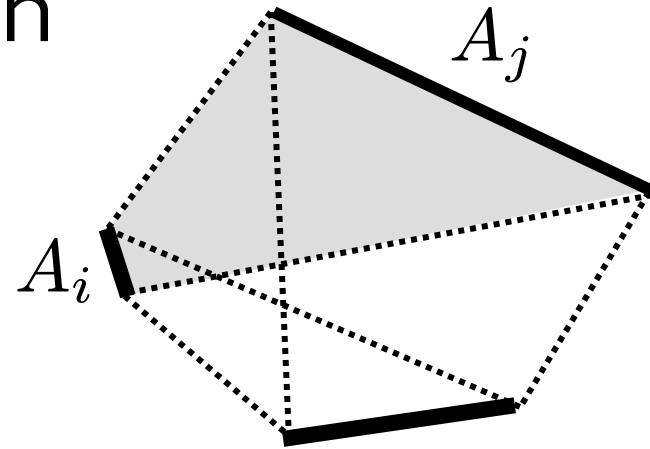
$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

$$F_{ij} = \frac{A_j}{A_i} \cdot F_{ji}$$

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ij}$$

$$B_i - \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ij} = E_i$$



Gleichungssystem

$$B_i - \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j \cdot F_{ij} = E_i$$

$$B_1 - \rho_1 B_1 F_{11} - \rho_1 B_2 F_{12} - \rho_1 B_3 F_{13} \dots = E_1$$

$$B_1(1 - \rho_1 F_{11}) - B_2 \rho_1 F_{12} - B_3 \rho_1 F_{13} \dots = E_1$$

$$\begin{pmatrix} 1 - \rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1 - \rho_2 F_{22} & \dots & -\rho_2 F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \dots & 1 - \rho_n F_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix}$$

n^2 Formfaktoren !

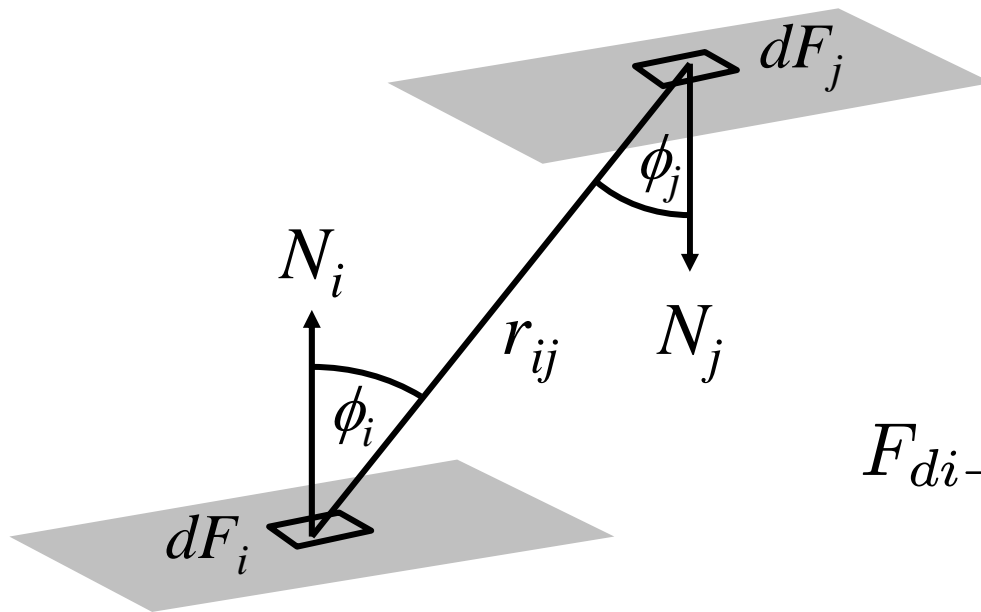
$$Ax = b$$

Gauß-Seidel

$$Ax = b \quad \text{i-te Zeile:} \quad \sum_{j=1}^n A[i, j]x[j] = b[i]$$

$$x[i] = \frac{1}{A[i, i]} \left(b[i] - \sum_{j \neq i} A[i, j]x[j] \right)$$

$$x_k[i] = \frac{1}{A[i, i]} \left(b[i] - \sum_{j=1}^{i-1} x_k[j]A[i, j] - \sum_{j=i+1}^n x_{k-1}[j]A[i, j] \right)$$



Formfaktoren

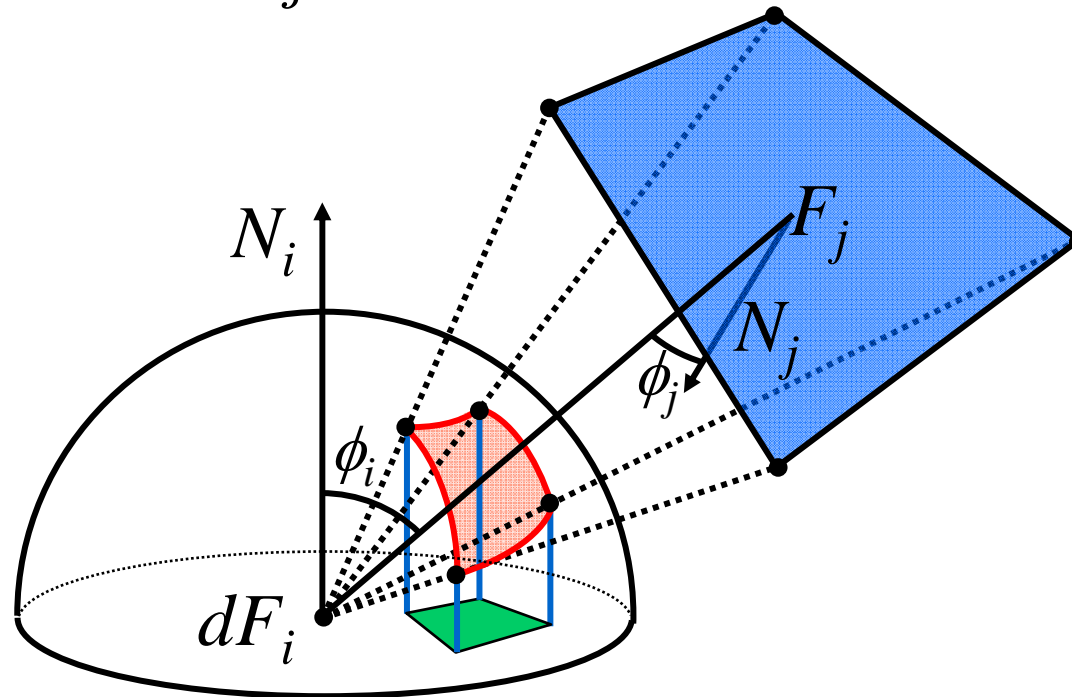
$$F_{di-dj} = \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij}$$

$$F_{di-j} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j$$

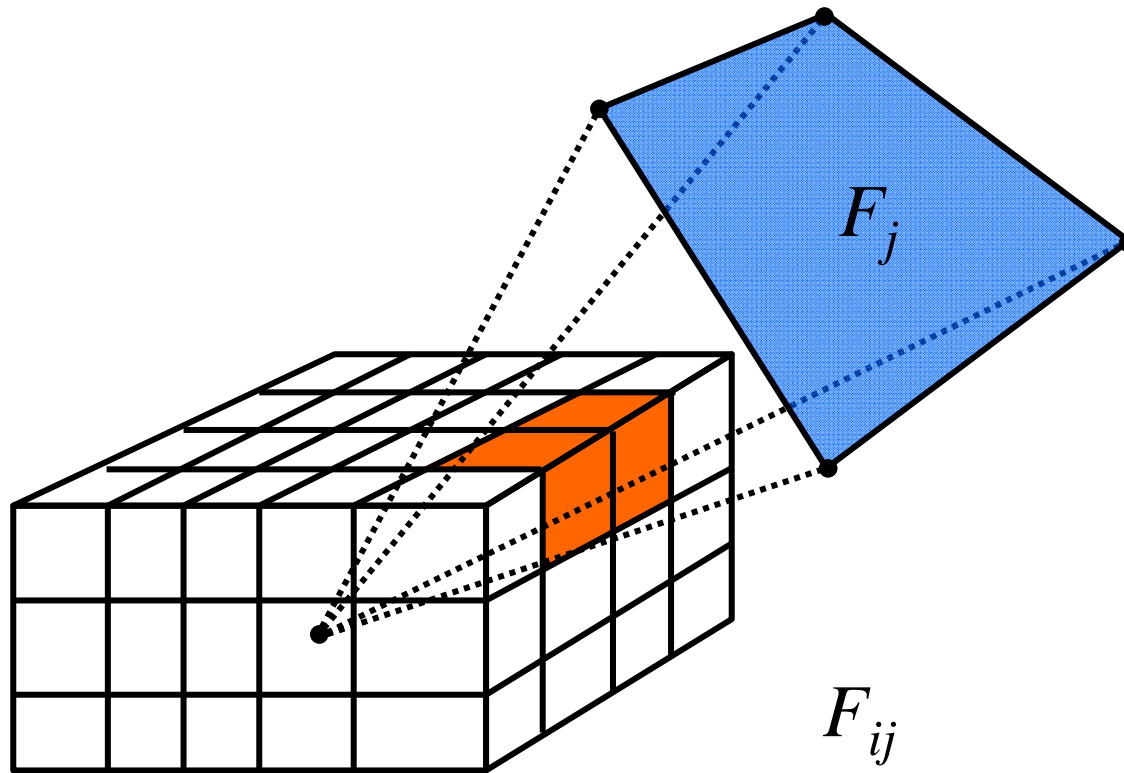
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{F_i} \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j dF_i$$

Geometrische Interpretation

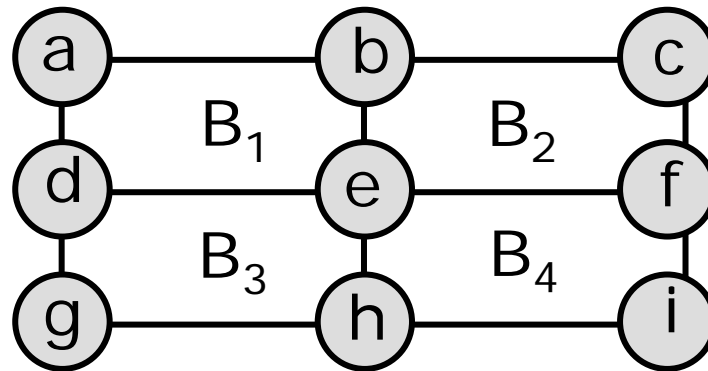
$$F_{di-j} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j$$



Näherungslösung



von der Fläche zum Eckpunkt



$$B(e) = (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)/4$$

$$B(a) = 2 \cdot B_1 - B(e)$$

$$B(c) = 2 \cdot B_2 - B(e)$$

$$B(g) = 2 \cdot B_3 - B(e)$$

$$B(i) = 2 \cdot B_4 - B(e)$$

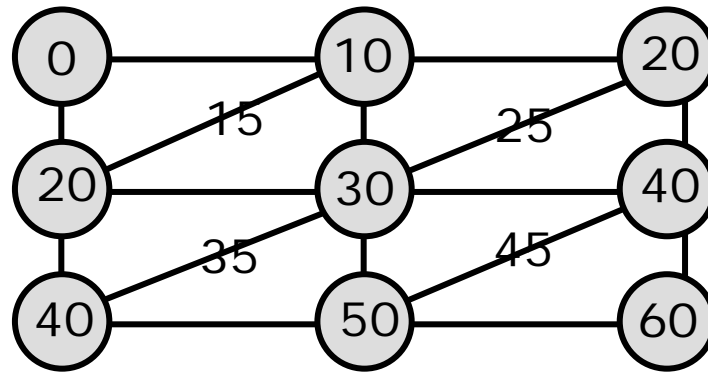
$$B(b) = (B(a) + B(c))/2$$

$$B(d) = (B(a) + B(g))/2$$

$$B(f) = (B(c) + B(i))/2$$

$$B(h) = (B(g) + B(i))/2$$

Rendern mit Radiosity



Radiosity für Patches berechnen

Radiosity für Eckpunkte interpolieren

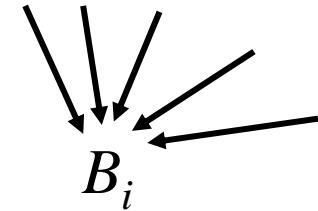
Triangulieren

Einfärben mit Interpolation

Sammeln und Verteilen

bisher: für Patch i die Strahlung einsammeln:

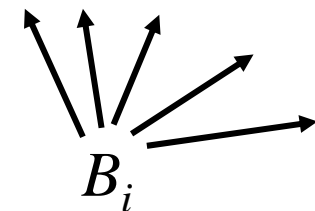
B_i updaten durch $\sum \rho_i B_j F_{ij}$ für alle j



jetzt: von Patch i die Strahlung verteilen:

B_j updaten durch $\rho_j B_i F_{ji}$ für alle j

B_j updaten durch $\rho_j B_i F_{ij} A_i/A_j$ für alle j



Progressive Refinement: Initialisierung

B_i momentane Strahlung für Patch i

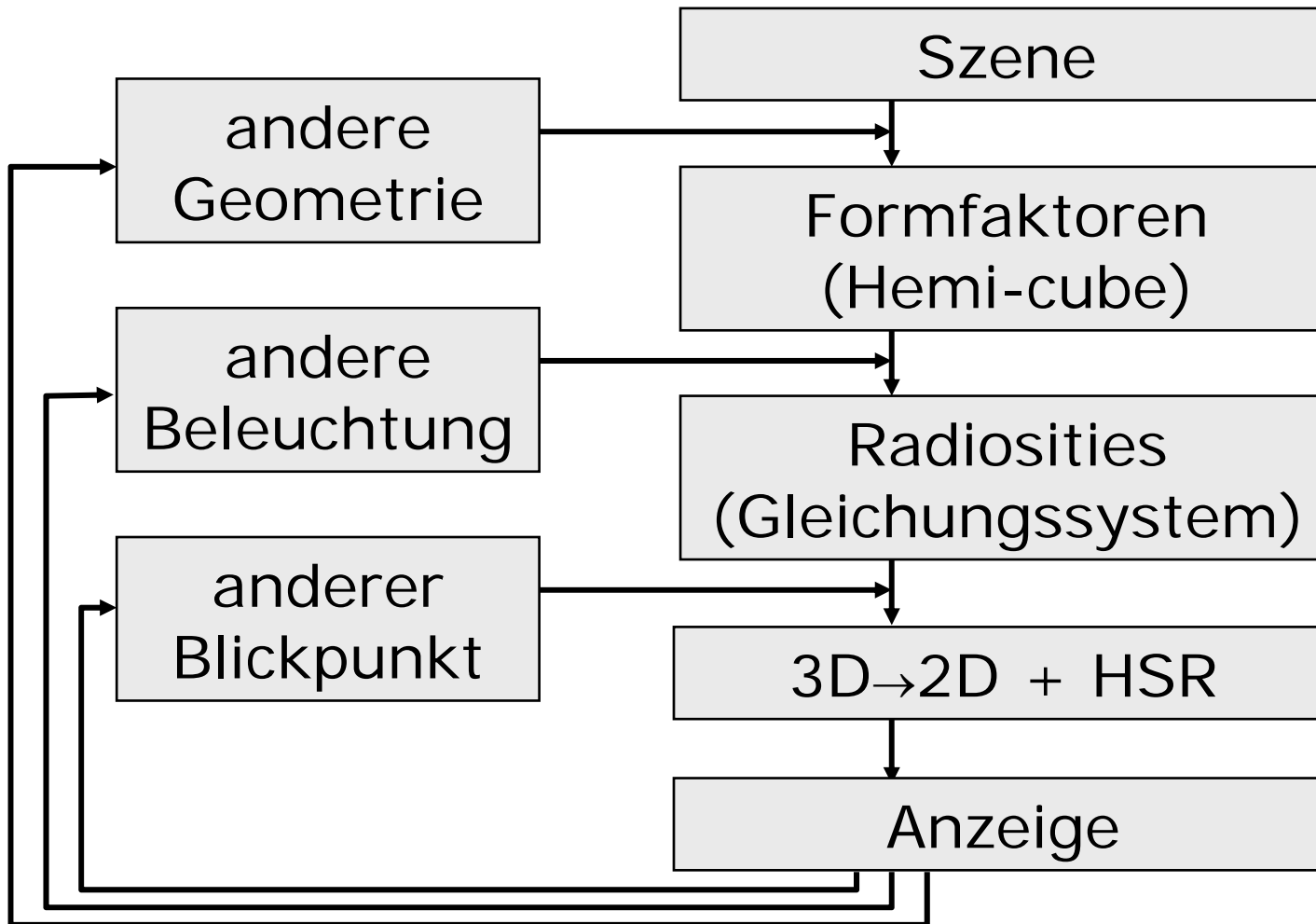
ΔB_i von Patch i noch nicht verteilte Strahlung

```
for i=1 to n do {  
  if patch i ist Lichtquelle  
    then  $B_i := \Delta B_i := \text{Emissionswert}$   
    else  $B_i := \Delta B_i := 0$   
}
```

Progressive-Refinement: Schleife

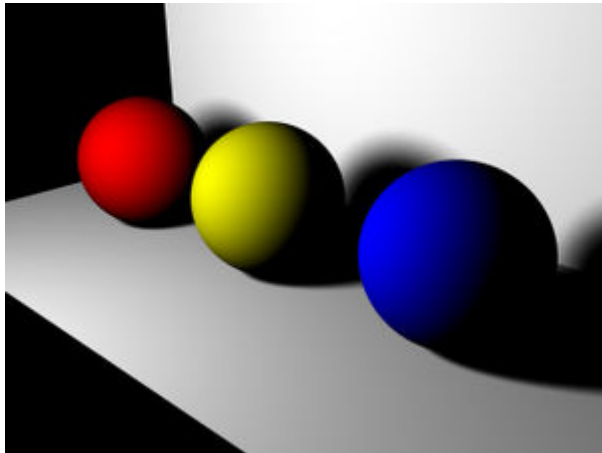
```
while noch nicht zufrieden do {  
  wähle Patch  $i$  mit maximalem  $\Delta B_i A_i$   
  berechne  $F_{ij}$  für alle  $j$   
  for  $j = 1$  to  $n$  do {  
     $\Delta R := \rho_j \cdot \Delta B_i \cdot F_{ij} \cdot A_i / A_j$   
     $\Delta B_j := \Delta B_j + \Delta R$   
     $B_j := B_j + \Delta R$   
  }  
   $\Delta B_i := 0$   
}
```

Radiosity-Verfahren

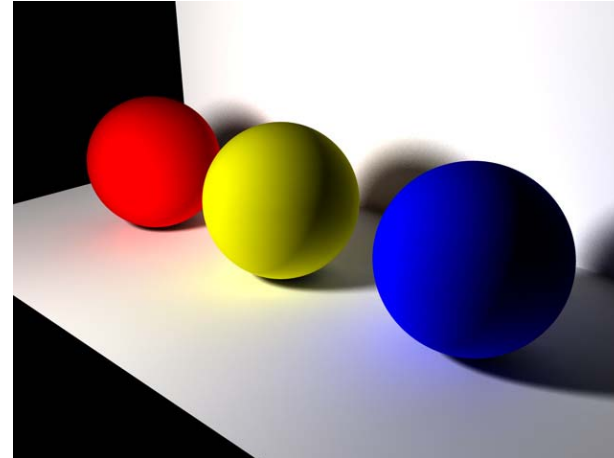


Vergleich

©Jakob Richter



ohne



mit

Radiosity-Beispiel

© Cornell University SIGGRAPH 1988

