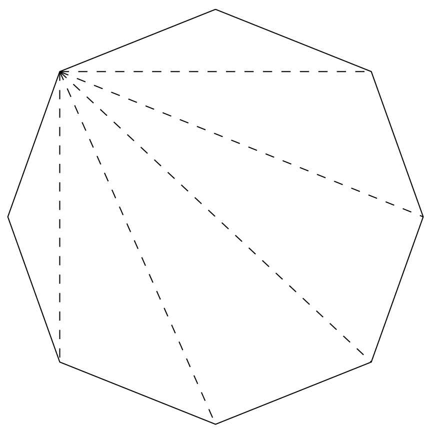
Kapitel 18

Rasterung von Flächen

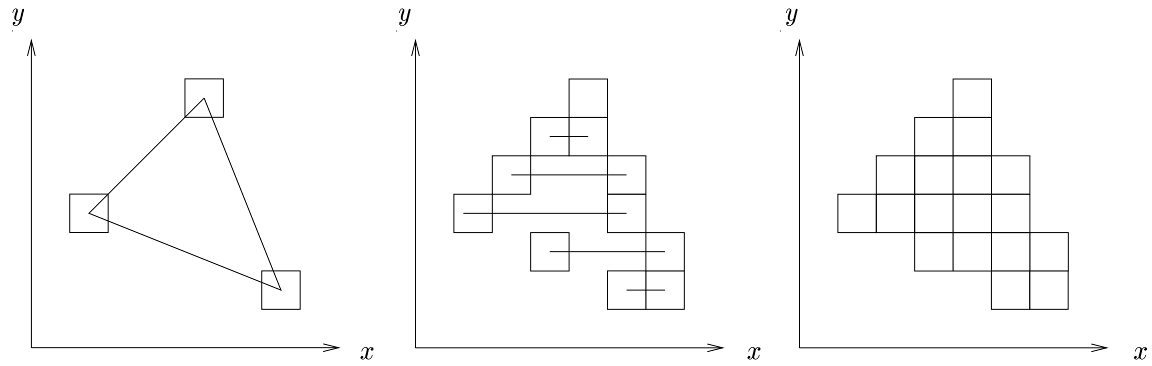
Die reellwertigen Koordinaten der Objekte im DC am Ende der Transformationspipeline müssen in ganzzahlige Pixelkoordinaten gerundet werden. Die Rasterung von Flächen kann mit Hilfe des Scanline-Verfahrens auf die von Linien zurückgeführt werden. In einem zweistufigen Algorithmus wird die Fläche zunächst in eine Menge horizontaler Linien, die sogenannten *Spans*, zerlegt. Die Eckpunkte dieser Spans ergeben sich durch Rasterung der Kanten nach dem vorgestellten Verfahren. In der zweiten Stufe wird dann jeder der Spans gerastert.

Das *Scanline*-Verfahren wird zur Vereinfachung und Beschleunigung des Rendering-Programms nur auf Dreiecke angewandt, denn Dreiecke sind die einfachsten Polygone. Gegenüber allgemeinen Polygonen bieten sie den Vorteil, daß sie planar und konvex sind. Für das Scanline-Verfahren eignen sie sich ausgezeichnet, da für jede Bildschirmzeile (Scanline) maximal zwei Schnittpunkte mit den Dreieckskanten auftreten.

Ein konvexes Polygon läßt sich gemäß der Abbildung triangulisieren, indem von einem beliebigen Eckpunkt aus zu allen nicht benachbarten Eckpunkten Diagonalen gezogen werden.



Triangulisierung eines konvexen Polygons



Scanline-Verfahren zur Rasterung von Dreiecken

Unter Rasterung wird hier nicht nur das Füllen der Fläche in der Objektfarbe verstanden. Neben den Pixelkoordinaten müssen auch die z-Werte der Polygonpunkte interpoliert werden, um mit Hilfe dieser Tiefeninformation verdeckte Flächen zu unterdrücken (siehe z-Buffer-Algorithmus).
Außerdem sind je nach Schattierungs-Verfahren auch die Farbwerte bzw. die Normalenvektoren, die in den Eckpunkten gegeben sind, über die Fläche zu interpolieren. Verschiedene Farbwerte auf den Objektflächen ergeben sich durch die individuelle Beleuchtung der Punkte. Die Interpolation der Normalen simuliert dabei einen gekrümmten Flächenverlauf. Grundlegend für die Schattierungs-Verfahren ist die Beleuchtung einer Szene mit Hilfe von unterschiedlichen Lichtmodellen.

18.1 Beleuchtung

Um künstlich hergestellte Bilder wirklich realistisch aussehen zu lassen, muß eine Beleuchtung der darzustellenden Objekte durchgeführt werden. Dieser Prozeß wird in der Computergrafik *Lighting* genannt. Die dabei verwendeten Modelle bilden die Lichtverhältnisse sowie die Oberflächenbeschaffenheiten der Objekte nicht völlig naturgetreu nach, sondern sind nur Näherungen, deren Qualität vom Rechenaufwand abhängt. Die erzeugten Bilder bzw. die eingesetzten Modelle stellen somit einen Kompromiß zwischen Darstellungsgenauigkeit und verfügbarer Rechenzeit dar.
Die Intensität des Lichts, das von einer Oberfläche empfangen wird, hängt von den Lichtquellen in der Umgebung sowie von der Struktur und der Materialart der beleuchteten Fläche ab. Ein Teil des empfangenen Lichts wird vom Körper absorbiert und der Rest reflektiert. Wird das gesamte Licht absorbiert, ist der Körper nicht direkt sichtbar, sondern er hebt sich schwarz vom Hintergrund ab. Erst durch die Reflexion des Lichts wird das Objekt selbst sichtbar. Seine Farbe hängt vom Anteil der absorbierten und reflektierten Farben ab.
In die Berechnung des Farbwertes eines Objektpunktes fließen ein:

- der Augenpunkt des Betrachters,
- die Zahl und Art der Lichtquellen,
- die Materialeigenschaften des Objekts,
- der Normalenvektor des Objekts in diesem Punkt.

18.1.1 Lichtquellen

Der Grafikstandard PHIGS PLUS definiert vier Modelle von Lichtquellen:

- Umgebungslicht (*ambient light*),
- gerichtetes Licht (*directed light* oder *infinite light*),
- Punktlicht (*point light* oder *positional light*),
- Strahler (*spot light*).

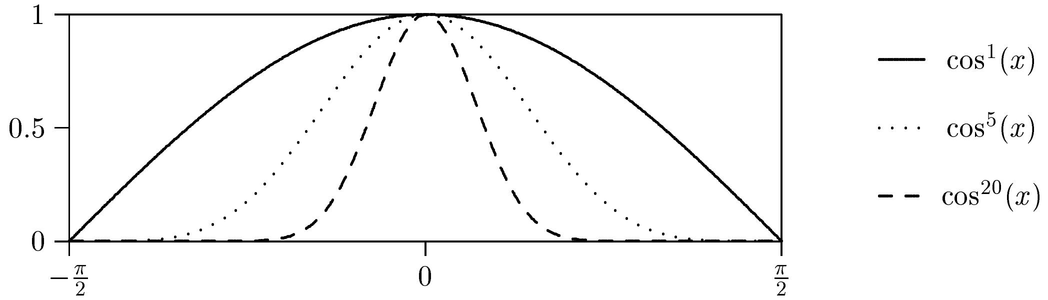
Das einfachste Lichtmodell ist das *Umgebungslicht*, das durch eine konstante Intensität I_a definiert ist. Diese ungerichtete Hintergrundbeleuchtung simuliert das Licht, das durch Reflexion an den einzelnen Gegenständen überall in einer Szene vorhanden ist.
Gerichtetes Licht ist definiert durch eine Intensität I und eine Lichtrichtung $\mathbf{l}_d$. Es ist gekennzeichnet durch Lichtstrahlen, die parallel aus dem Unendlichen in eine bestimmte Richtung strahlen, vergleichbar mit dem Sonnenlicht.
Ein *Punktlicht* mit der Intensität I_0 hat eine Position $\mathbf{L}_p$ im Raum (WC), von der aus es in alle Richtungen gleichförmig abstrahlt wie eine Glühbirne. Die Intensität des Lichts nimmt mit zunehmender Entfernung ab nach der Formel

$$I(r) = \frac{I_0}{C_1 + C_2 \cdot r}.$$

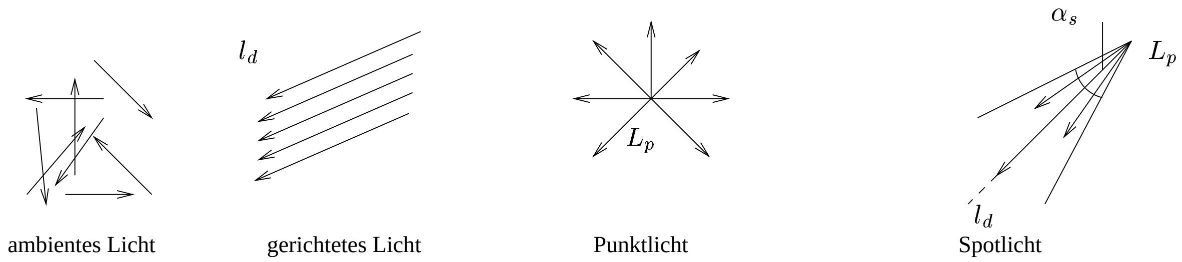
Dabei bezeichnet r den Abstand von der Punktlichtquelle. C_1 und C_2 heißen Abschwächungskoeffizienten (*attenuation coefficients*, $C_1 \geq 1$, $C_2 \geq 0$).
Das aufwendigste Lichtmodell ist der *Strahler* (*Spot*). Dieser hat wie das Punktlicht eine Intensität I_0, eine Position $\mathbf{L}_p$ sowie die Abschwächungskoeffizienten C_1 und C_2. Dazu kommt eine bevorzugte Lichtrichtung $\mathbf{l}_d$, um die herum das Licht nur im Winkel α_s (*spread angle*) abgestrahlt wird. Außerhalb dieses Lichtkegels ist die Intensität Null. Der *concentration exponent* L_e definiert, wie stark die ausgesandte Lichtenergie mit zunehmendem Winkel zwischen $\mathbf{l}_d$ und der Strahlrichtung $\mathbf{r}$ abnimmt. Die Abnahme ist proportional zu

$$\cos(\mathbf{r}, \mathbf{l}_d)^{L_e}$$

innerhalb des durch α_s definierten Lichtkegels. Je größer L_e, um so stärker ist die Intensität im Zentrum des Lichtkegels gebündelt.



Lichtintensitätsverteilung beim Strahler (schematisch)



Vier Modelle von Lichtquellen (schematisch)

18.1.2 Reflexionseigenschaften

Die Lichtreflexion an Objekten im fast realistischen *Phong-Modell* besteht aus drei Termen:

- ambientes Licht,
- diffus reflektiertes gerichtetes Licht,
- spekular reflektiertes gerichtetes Licht.

Diese Terme werden berechnet und zu einer Farbe zusammengefaßt, um den resultierenden Farbeindruck zu erhalten:

$$\overline{C} = \sum_{i=1}^{n} (\overline{C_{a_i}} + \overline{C_{d_i}} + \overline{C_{s_i}}) \ .$$

Dabei ist $\overline{C}$ das gesamte von einem Punkt der Oberfläche reflektierte farbige Licht, n ist die Anzahl der Lichtquellen, und $\overline{C_{a_i}}$, $\overline{C_{d_i}}$, $\overline{C_{s_i}}$ sind die ambienten, diffusen und spekularen Anteile des reflektieren Lichts für die Lichtquelle i. Die Herleitungen müssen im RGB-Modell für jede der drei Grundfarben getrennt betrachtet werden.

18.1.3 Oberflächeneigenschaften

Das Reflexionsverhalten (und damit das Erscheinungsbild) eines Körpers wird durch folgende Oberflächeneigenschaften bestimmt:

k_a ambienter Reflexionskoeffizient,

k_d diffuser Reflexionskoeffizient,

k_s spekularer Reflexionskoeffizient,

$\overline{O_d}$ diffuse Objektfarbe,

$\overline{O_s}$ spekulare Objektfarbe,

O_e spekularer Exponent.

Die *ambiente Reflexion* gibt das Verhalten eines Körpers bei ambienter Beleuchtung wieder. Der ambiente Reflexionskoeffizient k_a gibt an, wieviel des einfallenden ambienten Lichts der Intensität I_a vom Objekt in seiner diffusen Objektfarbe $\overline{O_d}$ reflektiert wird:

$$\overline{C_a} = k_a \cdot I_a \cdot \overline{O_d} \ .$$

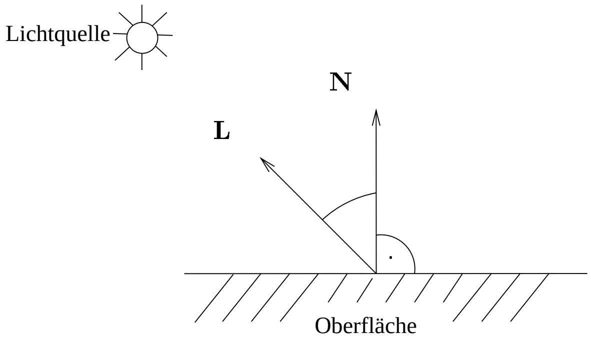
Die *diffuse Reflexion* basiert auf dem Phänomen der Streuung. Eintreffendes Licht dringt in den Körper ein und wird von seinen tieferen Schichten gleichmäßig in alle Richtungen gestreut. Das reflektierte Licht hat die diffuse Objektfarbe $\overline{O_d}$. Die Intensität I_e des einfallenden Lichts in einem Punkt ist proportional zum Cosinus des Winkels zwischen der Flächennormale $\mathbf{N}$ in dem Punkt und der Richtung zur Lichtquelle $\mathbf{L}$ (*Cosinusgesetz von Lambert*):

$$I_e \propto \cos(\mathbf{L}, \mathbf{N}) \ .$$

Das ambiente Licht wird hierbei nicht berücksichtigt, weshalb auch von gerichteter Reflexion gesprochen wird. Für einen diffusen Reflektor gilt

$$\overline{C_d} = k_d \cdot I_e \cdot \overline{O_d},$$

wobei k_d angibt, wie stark die diffuse Reflexion ist.



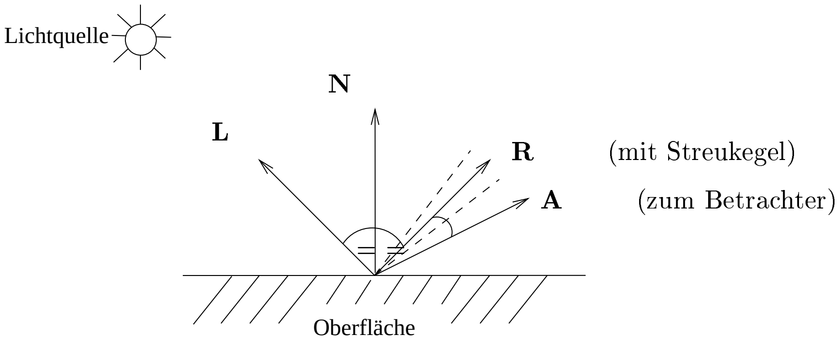
Cosinusgesetz von Lambert (für diffuse Reflexion)

Die *spekulare Reflexion* beruht auf dem Phänomen der Spiegelung. Eintreffendes Licht wird an der Oberfläche des Objekts gespiegelt (Einfallswinkel = Ausfallswinkel). Das reflektierte Licht hat die spekulare Objektfarbe $\overline{O_s}$, da keine tiefere Wechselwirkung mit dem Objekt stattfindet. Wird das Objekt aus der Reflexionsrichtung betrachtet, so hat es an dieser Stelle einen Glanzpunkt (*Highlight*) in der Farbe $\overline{O_s}$.

Natürliche Materialien sind zumeist keine perfekten Spiegel und strahlen deshalb nicht nur genau in die Reflexionsrichtung, sondern auch mit abnehmender Intensität in andere Richtungen. Von Phong stammt das Modell, daß die abgestrahlte Lichtmenge exponentiell mit dem Cosinus zwischen Reflexionsrichtung $\mathbf{R}$ und Betrachterrichtung $\mathbf{A}$ abnimmt. Der spekulare Exponent O_e bestimmt dabei den Öffnungswinkel des Streukegels um $\mathbf{R}$, unter dem viel Licht reflektiert wird. Für $O_e \leq 5$ ergeben sich große, für $O_e \gg 10$ kleine Streukegel. Für einen spekularen Reflektor gilt:

$$\overline{C_s} = k_s \cdot I_e \cdot \overline{O_s} \cdot \cos(\mathbf{R}, \mathbf{A})^{O_e} \ .$$

Dabei ist I_e die Intensität des einfallenden nicht-ambienten Lichts. k_s gibt an, wieviel von I_e gespiegelt wird.



Spekulare Reflexion nach Phong

18.1.4 Materialeigenschaften

Um im Rendering-Programm Materialeigenschaften nachzuahmen, müssen vom Benutzer insbesondere k_a, k_d und k_s sinnvoll eingestellt werden. Damit ein Objekt nicht mehr Licht aussendet als es empfängt, sollte grundsätzlich $0 \leq k_a, k_d, k_s \leq 1$ gelten, für die Reflexion von gerichtetem Licht zusätzlich $k_d + k_s \leq 1$. Wird k_a im Verhältnis zu k_d und k_s sehr groß gewählt, so ist der beleuchtete Gegenstand sehr kontrastarm. Für matte Gegenstände sollte $k_d \gg k_s$, für spiegelnde $k_s > k_d$ gelten. Je größer O_e ist, um so ähnlicher wird das Reflexionsverhalten dem eines idealen Spiegels.

18.2 Schattierungsalgorithmen

Nach den Grundlagen über die Beleuchtung und die Rasterung von Flächen werden in diesem Abschnitt drei Schattierungsalgorithmen vorgestellt, die mit unterschiedlicher Genauigkeit reale Beleuchtungsverhältnisse nachbilden. Hierbei handelt es sich um inkrementelle Verfahren, die die vorgestellten empirischen Beleuchtungsmodelle verwenden. Die Rasterung der Flächen erfolgt nach der Triangulisierung; deshalb heißen diese Verfahren auch *Dreieck-Shading*-Algorithmen.

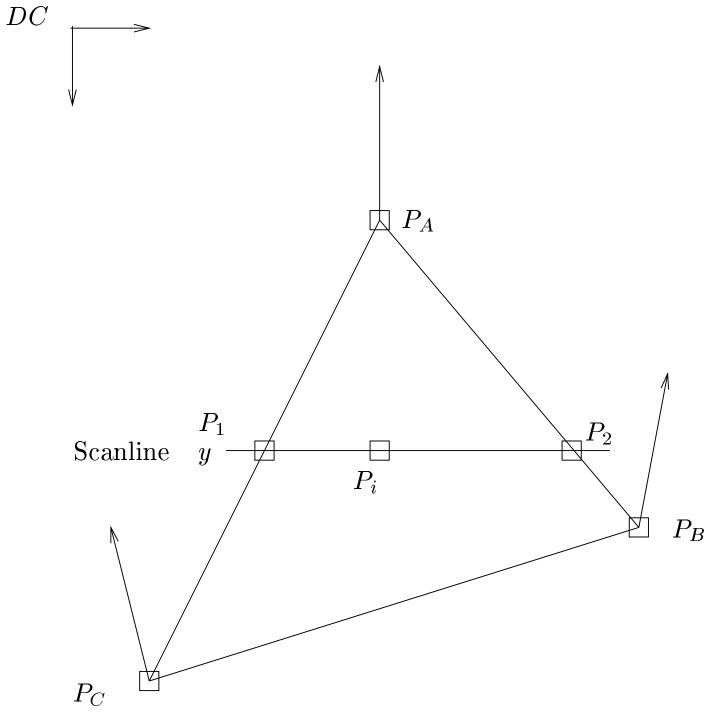
18.2.1 Flat-Shading

Das einfachste Schattierungsmodell für ebenflächig begrenzte Objekte ist das *Flat-Shading*. Es verwendet konstante Farbwerte für die einzelnen Dreiecke der Oberfläche. Dazu werden die drei Eckpunkte im WC mit dem vorgestellten Phong-Modell beleuchtet. Nach der Abbildung in die Pixelkoordinaten (DC) werden mit dem Rasteralgorithmus alle Pixel der Dreiecksfläche in der Farbe des Mittelwertes der drei Eckfarbwerte gesetzt:

$$\overline{C_i} = \frac{\overline{C_A} + \overline{C_B} + \overline{C_C}}{3} \; \forall P_i \in \Delta(P_A, P_B, P_C) \; .$$

Dabei bezeichnet $\overline{C_i}$ den RGB-Farbwert für Pixel P_i (siehe Abbildung).
Beim Flat-Shading wird die Oberfläche des Objekts grob schattiert, die Helligkeitsübergänge sind nicht fließend. Die Qualität der erzeugten Bilder hängt vor allem von der Größe der Dreiecke ab. Das Hauptproblem dieses Verfahrens hängt mit der Eigenschaft des menschlichen Auges zusammen, sprunghafte Intensitätsunterschiede verstärkt wahrzunehmen. Der

Randbereich einer helleren Fläche erscheint heller und der Randbereich einer angrenzenden dunkleren Fläche dunkler als der Rest des jeweiligen Polygons. Dieser Effekt wird *Mach-Band-Effekt* genannt.



Dreieck-Shading

18.2.2 Gouraud-Shading

Eine Verbesserung der konstanten Schattierung stellt der Algorithmus von Gouraud dar, der die Farbe eines Pixels im Inneren des Dreiecks durch Interpolation der Eckfarbwerte bestimmt. Dazu werden in diesem scanline-orientierten Algorithmus in den Eckpunkten die Farbwerte ermittelt, die dann zur Interpolation entlang der Polygonkanten verwendet werden.
In der Abbildung berechnen sich die Farbwerte der Pixel $P_1(x_1, y)$ und $P_2(x_2, y)$ wie folgt:

$$\overline{C_1} = \overline{C_A}\frac{y - y_C}{y_A - y_C} + \overline{C_C}\frac{y_A - y}{y_A - y_C}, \quad \overline{C_2} = \overline{C_A}\frac{y - y_B}{y_A - y_B} + \overline{C_B}\frac{y_A - y}{y_A - y_B} \ .$$

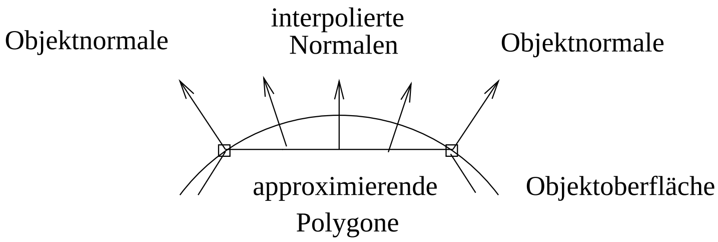
Für den Punkt $P_i(x_i, y)$ innerhalb der Fläche ergibt sich die Farbe aus den Randpunkten P_1 und P_2 der Scanline:

$$\overline{C_i} = \overline{C_1}\frac{x_2 - x_i}{x_2 - x_1} + \overline{C_2}\frac{x_i - x_1}{x_2 - x_1} \ .$$

Die Interpolation der Farbwerte ist im entwickelten Programm Teil des Rasteralgorithmus.
Das Gouraud-Shading beseitigt den Mach-Band-Effekt nur zum Teil, da das Auge sogar auf Unstetigkeiten in der zweiten Ableitung der Farbwertkurve in der beschriebenen Art reagiert. Ein weiterer Nachteil liegt in den verformt dargestellten Spiegelungsflächen, die auf die Polygonaufteilung zurückzuführen sind. Dadurch erscheinen die Highlights der spekularen Reflexion auf großen ebenen Flächen evtl. gar nicht oder auf gekrümmten Flächen verzerrt. Eine Möglichkeit, diese unrealistischen Effekte zu begrenzen, besteht in der Verkleinerung der approximierenden Polygone, was einen höheren Rechenaufwand zur Folge hat.

18.2.3 Phong-Shading

Eine zufriedenstellende Lösung der angesprochenen Probleme läßt sich durch den Algorithmus von Phong erzielen. Basierend auf dem besprochenen Beleuchtungsmodell führt dieser Algorithmus die Farbwertberechnung für jedes Pixel der Dreiecksfläche explizit durch. Die dazu benötigten Normalenvektoren müssen zunächst aus den Normalenvektoren in den Eckpunkten berechnet werden. Für die Fläche in der Abbildung ergeben sich die Normalenvektoren in P_1 und P_2 durch lineare Interpolation der in P_A und P_C bzw. P_A und P_B und daraus wiederum die Normalenvektoren entlang der Scanline. Dabei ist zu beachten, daß für die Beleuchtung die Koordinaten und Normalen im WC herangezogen werden.



Interpolation der Normalen beim Phong-Shading

Durch die Interpolation der Normalen ist das Phong-Shading in der Lage, den ursprünglich gekrümmten Verlauf der Oberfläche wiederherzustellen, obwohl das Objekt durch planare Polygone approximiert wird. Dadurch ergibt sich eine fast natürliche spekulare Reflexion mit scharfen Highlights.

Auch mit weniger approximierenden Polygonen ergeben sich bessere Bilder als beim Gouraud-Shading; der Mach-Band-Effekt wird weitgehend unterdrückt. Diese hohe Qualität hat ihren Preis: Statt der Beleuchtung von drei Eckpunkten beim Flat- und Gouraud-Shading müssen beim Phong-Shading alle Pixel des Dreiecks beleuchtet werden, was den Rechenaufwand vervielfacht.

18.3 Schatten

Zur Berechnung von Schatten eignen sich alle *Hidden-Surface*-Algorithmen, da die verdeckten Flächen einer Szene genau den beschatteten Flächen entsprechen, wenn die Position der Lichtquelle und des Betrachters zusammenfallen.

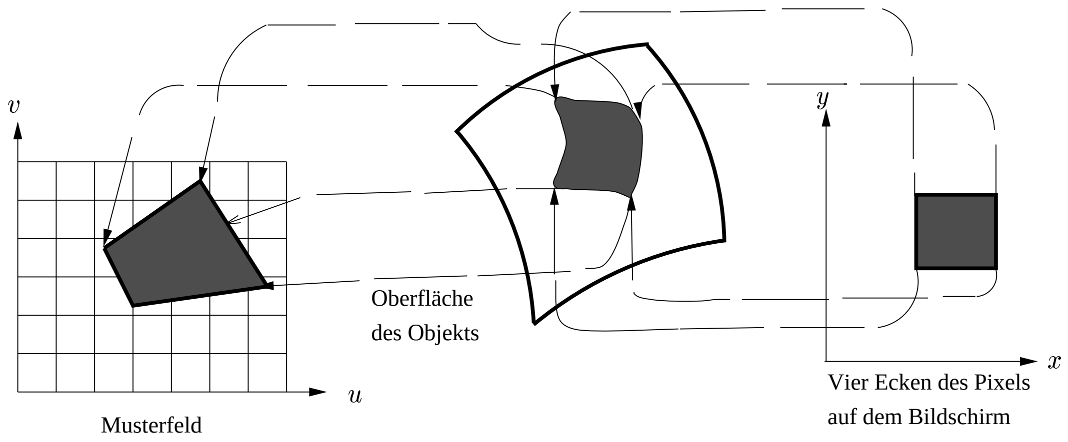
Zunächst wird daher als Phase 1 aus der Sicht der Lichtquelle die Szene in einen Schattentiefenpuffer abgebildet. Phase 2 berechnet dann für den jeweiligen Betrachtungsstandpunkt die Szene mit einem modifizierten Tiefenpuffer-Algorithmus: Ergibt die Überprüfung des z-Wertes mit dem Eintrag `tiefe[x,y]` im Tiefenpuffer, daß dieses Pixel sichtbar ist, so wird der Punkt $P(x, y, z)$ in den Koordinatenraum von Phase 1 transformiert. Ist die z-Koordinate z' des transformierten Punktes P kleiner oder gleich dem Eintrag $[x', y']$ im Schattentiefenpuffer, dann liegt der Punkt P nicht im Schatten, andernfalls liegt er im Schatten, und seine Intensität muß entsprechend reduziert werden.

18.4 Texture Mapping

Zur realistischen Gestaltung von Oberflächen verwendet man ein zweidimensionales Musterfeld (*texture map*), aus dem für jedes Pixel die zugehörige Farbe ermittelt werden kann. Zugrunde gelegt sind zwei Abbildungen

$$\begin{array}{ccc}
\text{Musterraum} & (u,v) & \\
\downarrow & & \text{Abbildung des Musters} \\
\text{Objektraum} & (x_0,y_0,z_0) & \\
\downarrow & & \text{Projektion} \\
\text{Bildraum} & (x,y) &
\end{array}$$

Die Verknüpfung der zugehörigen inversen Transformationen liefert die zum Einfärben eines Pixels benötigte Information.



Zum Einfärben eines Pixels im Bildraum wird die gewichtete Durchschnittsintensität aller überdeckten Pixel im Musterraum benutzt.
Für spezielle Objekte wie stark gemasertes Holz ist die Beschreibung über Musterfelder zu speicheraufwendig, so daß prozedural definierte Muster verwendet werden.
Um den Eindruck von rauhen Oberflächen zu erwecken, speichert man im Musterfeld Zusatzinformationen über die Veränderung des Normalenvektors (*bump mapping*).