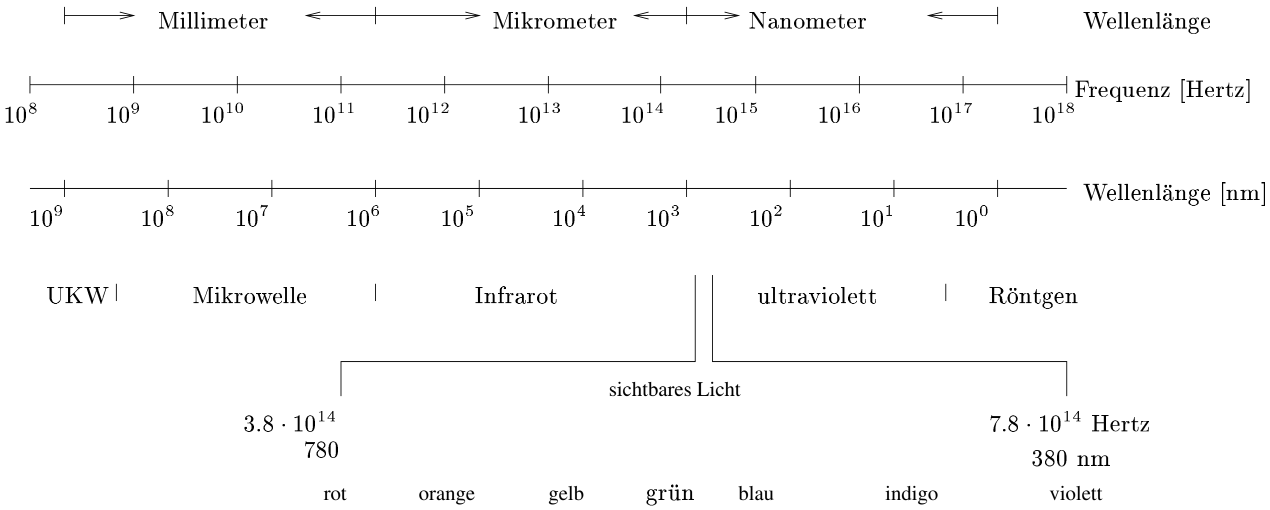
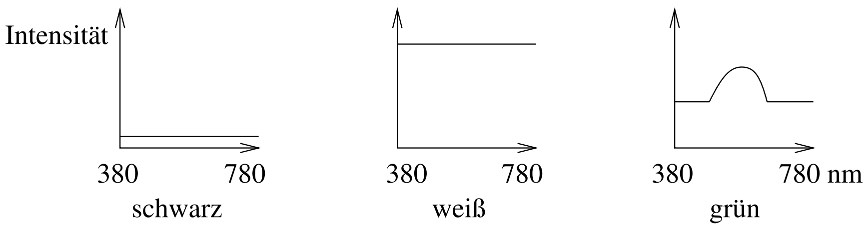
Kapitel 9

Farbe

Ein Teil des elektromagnetischen Spektrums wird vom Auge wahrgenommen:

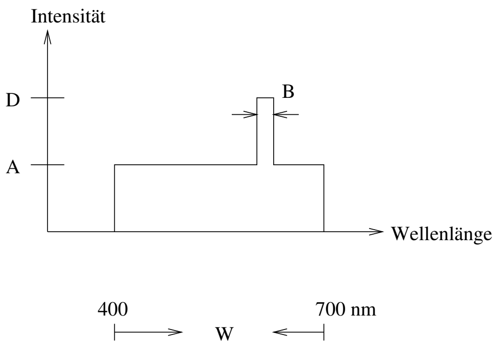


Es gilt: Wellenlänge · Frequenz = Lichtgeschwindigkeit ($= 2.998 \cdot 10^8$ m/s).
Spektralfarben bestehen aus Licht einer einzigen Wellenlänge.
In der Natur vorkommende Farben bestehen aus Licht, das aus verschiedenen Wellenlängen zusammengesetzt ist. Die Verteilung der Wellenlängen bezeichnet man als Spektrum.



Viele verschiedene Spektren verursachen beim Betrachter denselben Farbeindruck.
Frage: Wie läßt sich eine Farbe numerisch beschreiben?

9.1 Dominante Wellenlänge



Das Licht wird charakterisiert als "normiertes" Spektrum.

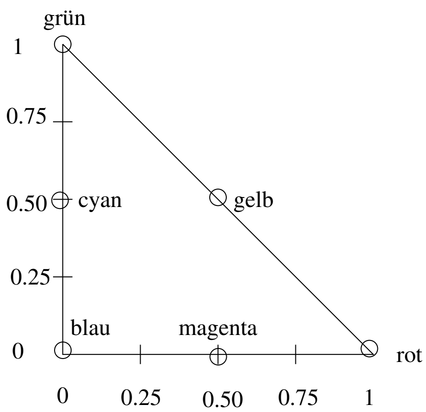
hue	=	Farbton, gegeben durch dominante Wellenlänge.
luminance	=	Helligkeit, gegeben durch die Gesamtfläche unter der Kurve: $L = (D - A) \cdot B + A \cdot W$
saturation	=	Sättigung, Reinheit, gegeben durch das Verhältnis der Fläche im "Turm" zur Gesamtfläche = $\frac{(D-A)\cdot B}{L}$.

Je weiter A und D auseinanderliegen, desto größer ist die Sättigung, d.h. desto reiner ist die Farbe. Bei $A = 0$ liegt nur die dominante Wellenlänge vor.
Bei $A = D$ liegt weißes Licht vor.

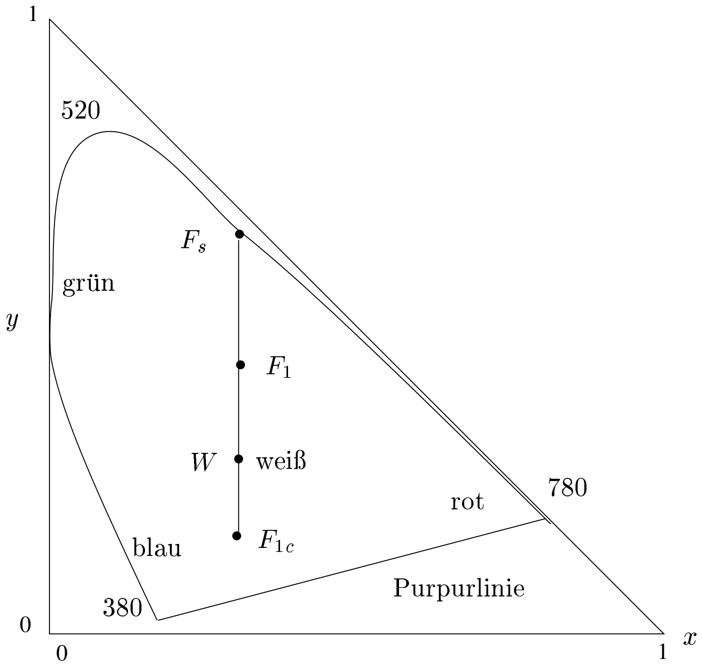
Bemerkung: Der Mensch kann etwa 128 reine Farbtöne unterscheiden. Pro Farbton können etwa 20 Sättigungsgrade unterschieden werden.

9.2 Grundfarben

Beobachtung: Durch Mischen (= Addieren) von Farben entstehen neue Farben.
Wähle 3 Grundfarben, z.B. Rot (R), Grün (G), Blau (B). Bei einer Normierung $R+G+B = 1$ läßt sich jede Kombination durch Angabe von zwei Parametern beschreiben (da z.B. B aus R und G folgt).



Im CIE-Standard von 1931 wurden drei (künstliche) Grundfarben festgelegt, die alle sichtbaren Farben erzeugen können.



CIE-Farbdiagramm des sichtbaren Spektrums
(Auf der Kurve liegen die Spektralfarben mit der Wellenlänge in nm.)

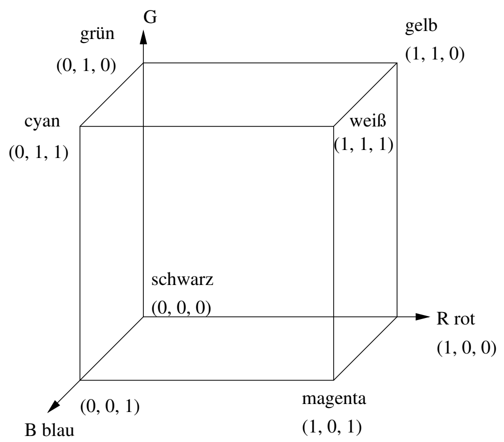
Die Grundfarben eines typischen Farbbildschirms haben die xy-Koordinaten

$$\begin{aligned}\text{Rot} &= (0.628, 0.346),\\ \text{Grün} &= (0.268, 0.588),\\ \text{Blau} &= (0.150, 0.070).\end{aligned}$$

Die Reinheit der Farbe F_1 ist der relative Abstand von F_1 zu W, bezogen auf die Strecke $\overline{WF_s}$, wobei F_s den Schnittpunkt der Geraden durch W und F_1 mit der Kurve bildet. F_s ist die dominante Wellenlänge in F_1.
Das Komplement F_{1c} der Farbe F_1 ergibt sich durch Spiegelung von F_1 an W mit entsprechender Skalierung.

9.3 RGB-Modell (Rot, Grün, Blau), (additiv)

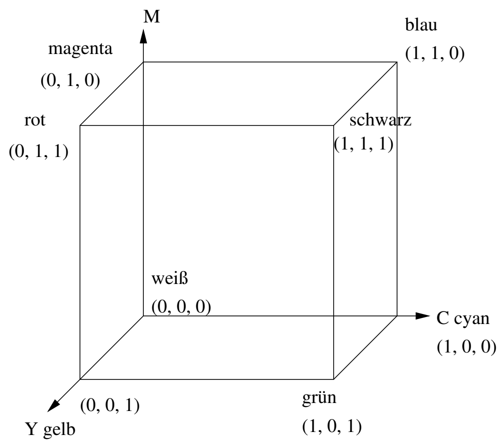
Zur Ansteuerung der dreifarbigen Phosporschicht mit roten, grünen, blauen Phosphorpunkten bietet sich das RGB-Modell an. Es handelt sich um ein additives Farbmodell, da das von den Phosphorpunkten ausgehende Licht addiert wird.
Typische Darstellung durch Einheitswürfel:



Häufig werden die drei RGB-Werte statt im reellen Wertebereich $[0,1]$ in 256 Abstufungen als ganze Zahlen im Bereich $\{0,1,...,255\}$ angegeben, die in einem Byte kodiert werden. Dadurch ergibt sich die Darstellung einer Farbe in drei RGB-Bytes.

9.4 CMY-Modell (Cyan, Magenta, Yellow), (subtraktiv)

Bei Farbdrucken empfängt das Auge nur solche Anteile des weißen Lichts, die reflektiert werden. Es bietet sich daher ein subtraktives Modell an.
Ein CMY-Tripel beschreibt, wieviel von den Grundfarben Cyan, Magenta, Yellow reflektiert bzw. von den Grundfarben Rot, Grün, Blau absorbiert wird.



Es gilt:	$(0,0,0)$	absorbiert nichts	bleibt Weiß
	$(0,0,1)$	absorbiert Blau	bleibt Gelb
	$(0,1,0)$	absorbiert Grün	bleibt Magenta
	$(1,0,0)$	absorbiert Rot	bleibt Cyan
	$(0,1,1)$	absorbiert Cyan	bleibt Rot
	$(1,0,1)$	absorbiert Magenta	bleibt Grün
	$(1,1,0)$	absorbiert Gelb	bleibt Blau
	$(1,1,1)$	absorbiert alles	bleibt Schwarz

Beispiel:	$(0,1,0)$ Magenta	gemischt mit	$(0,0,1)$ Gelb	ergibt	$(0,1,1)$ Rot
	$(1,0,0)$ Cyan	gemischt mit	$(0,0,1)$ Gelb	ergibt	$(1,0,1)$ Grün
	$(1,0,0)$ Cyan	gemischt mit	$(0,1,0)$ Magenta	ergibt	$(1,1,0)$ Blau

Die Umrechnung zwischen dem CMY- und dem RGB-Modell erfolgt in Vektorschreibweise über die Subtraktionen

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ S \\ S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W \\ W \\ W \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

wobei die Vektoren $[S,S,S]$ im CMY-Modell und $[W,W,W]$ im RGB-Modell gleich $[1,1,1]$ sind.

9.5 Das YIQ-Modell

Beim 1953 in den USA eingeführten *NTSC-System* (National Television Standards Committee) werden die Farben durch die Farbparameter *YIQ* beschrieben, wobei Y die Helligkeit darstellt.
Die Umrechnung zum RGB-Modell erfolgt durch die Formeln

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .299 & .587 & .114 \\ .596 & -.274 & -.322 \\ .211 & -.522 & .311 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.956 & 0.623 \\ 1 & -0.272 & -0.648 \\ 1 & -1.105 & 1.705 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix}$$

Beim europäischen *PAL-System* (Phase Alternating Line) werden statt der Parameter I und Q die Farbdifferenzen $R - Y$ und $B - Y$ übertragen.
Die Konvertierung der Farbinformation in Monochrom-Darstellung erfolgt in beiden Systemen durch Auswertung des Helligkeitsparameters Y.

9.6 YUV-Modell

Ein Farbwert wird beschrieben durch ein YUV-Tripel, wobei Y die Helligkeit (Luminanz) bezeichnet und U, V Farbdifferenzen (Chrominanz).

Die Helligkeitsempfindung resultiert wie beim YIQ-Modell zu 60 % aus dem Grünanteil, zu 30 % aus dem Rotanteil und zu 10 % aus dem Blauanteil.

Genauer:

$$Y = 0.299 \cdot R + 0.587 \cdot G + 0.114 \cdot B$$

In den Farbdifferenzen ist die restliche Information codiert:

$$\begin{aligned} U &= 0.493 \cdot (B - Y) \\ V &= 0.877 \cdot (R - Y) \end{aligned}$$

Der Vorteil dieses Farbmodells liegt darin begründet, daß in der Y-Komponente das Bild als Matrix von Grauwerten vorliegt und ggf. separat von der Farbinformation weiterverarbeitet werden kann.

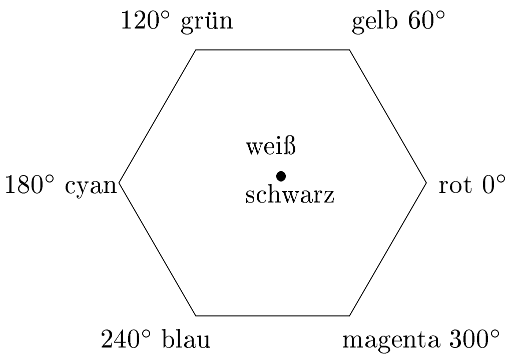
9.7 HSV-Modell

Zur intuitiven Beschreibung einer Farbe eignet sich das HSV-Modell, welches jede Farbe durch ein Tripel

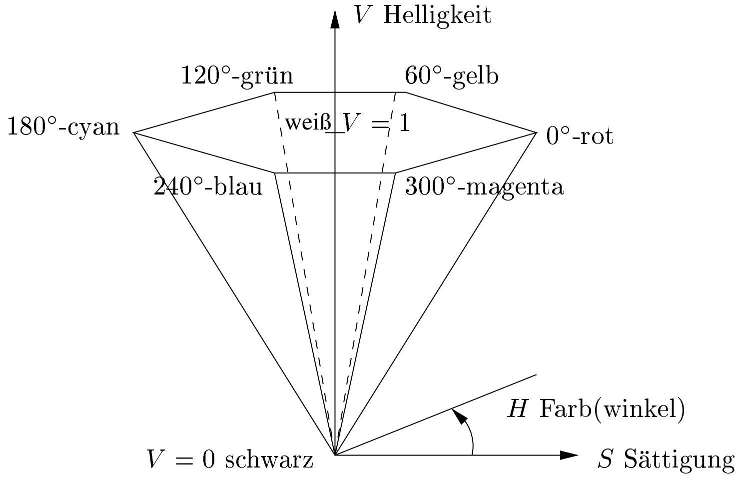
Hue	=	Farbton
Saturation	=	Sättigung
Value	=	Helligkeit

beschreibt.

Projiziere den RGB-Würfel längs der Weiß-Schwarz-Diagonale:



Dieses bildet die Basis einer Pyramide. Die Wahl des Farbtons (hue) geschieht durch Angabe eines Winkels (0° = Rot).



HSV-Modell

Der Parameter V liegt zwischen 0 und 1 und bestimmt die Intensität der Farbe (dargestellt durch die Senkrechte). Der Parameter S liegt zwischen 0 und 1 und bestimmt die Reinheit der Farbe (Entfernung von der Senkrechten).
Die Farbselektion kann erfolgen, indem z.B. zunächst eine reine Farbe ausgewählt wird ($H = \alpha, V = 1, S = 1$).
Das Hinzumischen von Weiß zur Erzeugung von Pastellfarben erfolgt durch Reduktion von S bei konstantem V. Das Hinzumischen von Schwarz (zur Erzeugung von dunklen Farben) erfolgt durch Reduktion von V bei konstantem S.

Umrechnung von RGB nach HSV

Die Achse V entspricht der Diagonalen im RGB-Würfel durch die Punkte Schwarz und Weiß, deshalb ist der Wert für V gleich dem Maximum der RGB-Intensitäten. Die Werte H und S können aus der Position des Punktes in jenem Sechseck berechnet werden, das durch Projektion des kleinsten, den RGB-Punkt beinhaltenden Würfels erzeugt wird.

Beispiel: Welche HSV-Darstellung haben die RGB-Bytes (64, 128, 32)?

Im RGB-Einheitswürfel entspricht dies

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right) .$$

$$\begin{aligned}
v &= \max(r, g, b) &= \tfrac{1}{2} & &= 50\ \% \\
mi &:= \min(r, g, b) &= \tfrac{1}{8} & & \\
s &= \frac{v - mi}{v} &= \tfrac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}} = \tfrac{3}{4} & &= 75\ \%
\end{aligned}$$

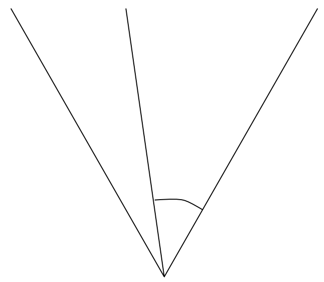
Die dominante Grundfarbe ist Grün, da $v = g$.
Am schwächsten ist Blau vertreten, da $mi = b$.
$\Rightarrow$ Farbe im Bereich Gelb ... Grün
$\Rightarrow h = 60° \ldots 120°$.

$$h = \left(1 + \frac{v - r}{v - mi}\right) \cdot 60° = \left(1 + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}\right) \cdot 60° = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot 60° = 100°$$

Umrechnung von HSV nach RGB

Beispiel: Wie lauten die RGB-Bytes (Werte zwischen 0 und 255) für den Farbton 100° bei 75 % Sättigung und 50 % Helligkeit?

Farbton =	grün	?	gelb
$h =$	$120°$	$100°$	$60°$
$RGB =$	$(0,1,0)$	?	$(1,1,0)$



$$
\begin{array}{rclcll}
f & = & \text{Winkel}/60 & - & \text{Winkel div } 60 & \\
 & = & \frac{5}{3} & - & 1 & = \frac{2}{3}
\end{array}
$$

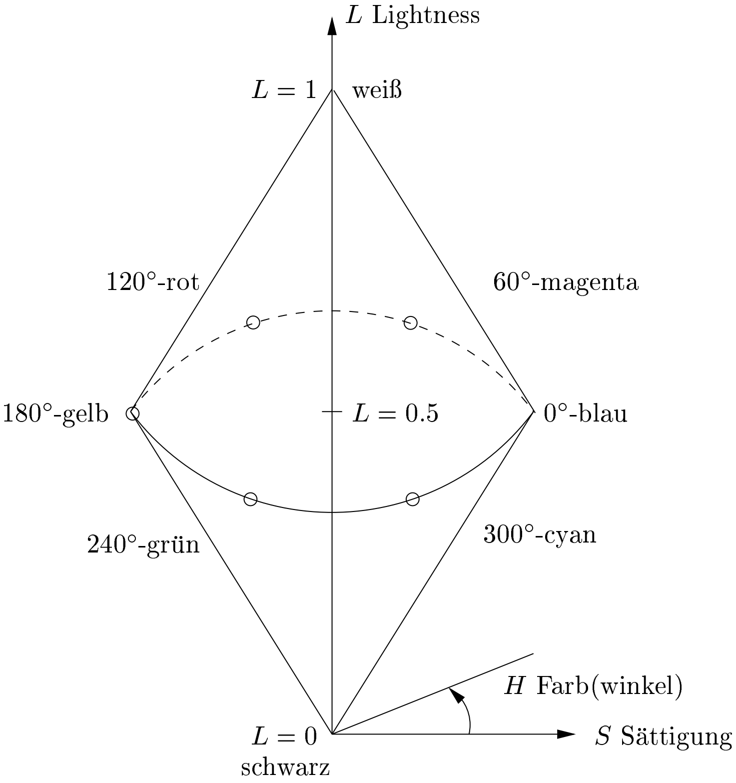
		R	G	B		R	G	B	
Farbton h	:	$1-f$	1	0	$\Rightarrow$	$\frac{1}{3}$	1	0	für $f = \frac{2}{3}$
Sättigung s	:	$1-s\cdot f$	1	$1-s$	$\Rightarrow$	$1-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	für $s = \frac{3}{4}$
Helligkeit v	:	$v\cdot(1-s\cdot f)$	v	$v\cdot(1-s)$	$\Rightarrow$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	für $v = \frac{1}{2}$
Lösung:						64	128	32	

9.8 HLS-Modell

Das HLS-Modell (hue, lightness, saturation) ist dem HSV-Modell ähnlich. Die Farbe (hue) wird ebenfalls als Winkel in einem Farbenkreis angegeben. Die Reihenfolge der Farben auf diesem Kreis ist zwar identisch der beim HSV-Modell, jedoch liegt beim HLS-Modell die Farbe Blau bei 0°, d.h. um 120° verdreht.

Auch der Parameter S(aturation) entspricht dem HSV-Modell und liegt ebenfalls im Bereich $[0,1]$. Der Wert $S=1$ entspricht maximaler Reinheit, und für $S=0$ erhält man die Grauskala.

Der Parameter L(ightness) entspricht in etwa dem Parameter V(alue), wobei allerdings aus der Pyramide durch "Hochziehen" des Punktes $S=0$, $V=1$ ein Doppelkegel entsteht. Die Werte $L=0$ und $L=1$ beschreiben die Farben Schwarz und Weiß, und die Farben maximaler Sättigung liegen auf der Ebene durch $L=0.5$.



HLS-Modell

Bemerkung

Die lineare Interpolation zwischen zwei Farben geschieht beim RGB-, CMY-, YIQ- und YUV-Modell längs der Verbindungsstrecke zwischen diesen Farben im dreidimensionalen Farbraum. Im allgemeinen ist dies aber beim HSV- und HLS-Modell nicht der Fall.

9.9 Color Data Base

In einer Datenbank sind Byte-Tripel abgelegt zu einer Auswahl von Farbbeschreibungen, z.B.

```
205   92   92  indian red
124  252    0  lawn green
 25   25  112  midnight blue
210  105   30  chocolate
```

9.10 CNS

Zur verbalen Beschreibung einer Farbe eignet sich das CNS-Modell (*Color Name System*). Zur Beschreibung des Farbtons verwende *red*, *orange*, *yellow*, *green*, *blue*, *purple*. Zur Beschreibung der Sättigung verwende *grayish*, *moderate*, *strong*, *vivid*. Zur Beschreibung der Helligkeit verwende *very dark*, *dark*, *medium*, *light*, *very light*.

Die achromatische Skala besteht aus den sieben Grautönen *black*, *very dark gray*, *dark gray*, *gray*, *light gray*, *very light gray*, *white*.

9.11 Color Table (Farbtabelle)

In einem Digitalrechner erwartet der Video-Controller die Farbinformation als Byte-Tripel. Aus Platzgründen können aber nicht für jedes Bildschirmpixel 3 Bytes gespeichert werden. Statt dessen speichert man pro Pixel einen Index, bestehend aus n Bits, mit dem man ein RGB-Byte-Tripel aus der Color Table referieren kann.

Beispiel: $n = 2$, d.h. $2^2 = 4$ Farben gleichzeitig darstellbar.

Index	R	G	B	
0	255	0	0	Rot
1	0	255	0	Grün
2	0	0	255	Blau
3	255	255	0	Gelb

Die Color Table kann verwendet werden, um mehrere Bilder dynamisch zu überlagern und wieder zu trennen, ohne die Bilder neu zu zeichnen.

Beispiel: In ein farbiges Bild mit den 8 Farben Schwarz, Grau, Rot, Gelb, Grün, Cyan, Blau, Magenta soll eine Graphik, bestehend aus weißen Linien, ein- und ausgeblendet werden. Pro Pixel seien 4 Bits als Index in der Color Table vorgesehen: Das vorderste Bit beschreibe die weiße Graphik, die hinteren 3 Bits beschreiben die Farbe.

Index	R	G	B	
0000	255	255	255	
0001	255	255	255	
0010	.	.	.	
0011	.	.	.	
0100	.	.	.	
0101	.	.	.	
0110	.	.	.	
0111	255	255	255	
1000	0	0	0	Schwarz
1001	150	150	150	Grau
1010	255	0	0	Rot
1011	255	255	0	Gelb
1100	0	255	0	Grün
1101	0	255	255	Cyan
1110	0	0	255	Blau
1111	255	0	255	Magenta

Offenbar werden alle Pixel mit vorderstem Bit= 0 weiß gezeichnet, alle Pixel mit vorderstem Bit= 1 erhalten die zugewiesene Farbe. Kopiert man nun die untere Hälfte der Color Table in die obere Hälfte, so verschwindet die weiße Graphik. Setzt man die obere Hälfte der Color Table auf Weiß, erscheint die Graphik wieder. Der Aufwand hängt nur von der Größe der

Farbtabelle ab, nicht von der Größe der Bilder.
Die Color Table kann auch zur Animation verwendet werden.

Beispiel: Ein (beliebig komplexes) Objekt der Farbe Grün soll sich zyklisch über 15 disjunkte Positionen bewegen. Beschreibe die Szene wie folgt:
Alle Pixel des Objekts in Lage i erhalten den Index i.
Alle Pixel des Hintergrunds erhalten den Index 15.
Die Color Table ist für alle Einträge mit der Hintergrundfarbe geladen. Das Objekt taucht bei Position i auf durch `color_table[i] :=` Objektfarbe. Es verschwindet von Position i durch `color_table[i] :=` Hintergrundfarbe.

Bei sich überlagernden Objekten wird für jede Position eine Bit-Plane benötigt: Alle Pixel des Objekts in Lage i setzen das i-te Bit in ihrem Index auf 1. Das Objekt wird bei Position i sichtbar, indem für Indizes mit i-tem Bit $= 1$ die Objektfarbe gesetzt wird.
Die Anzahl der Bit-Planes entspricht der Anzahl der Bits im Index.