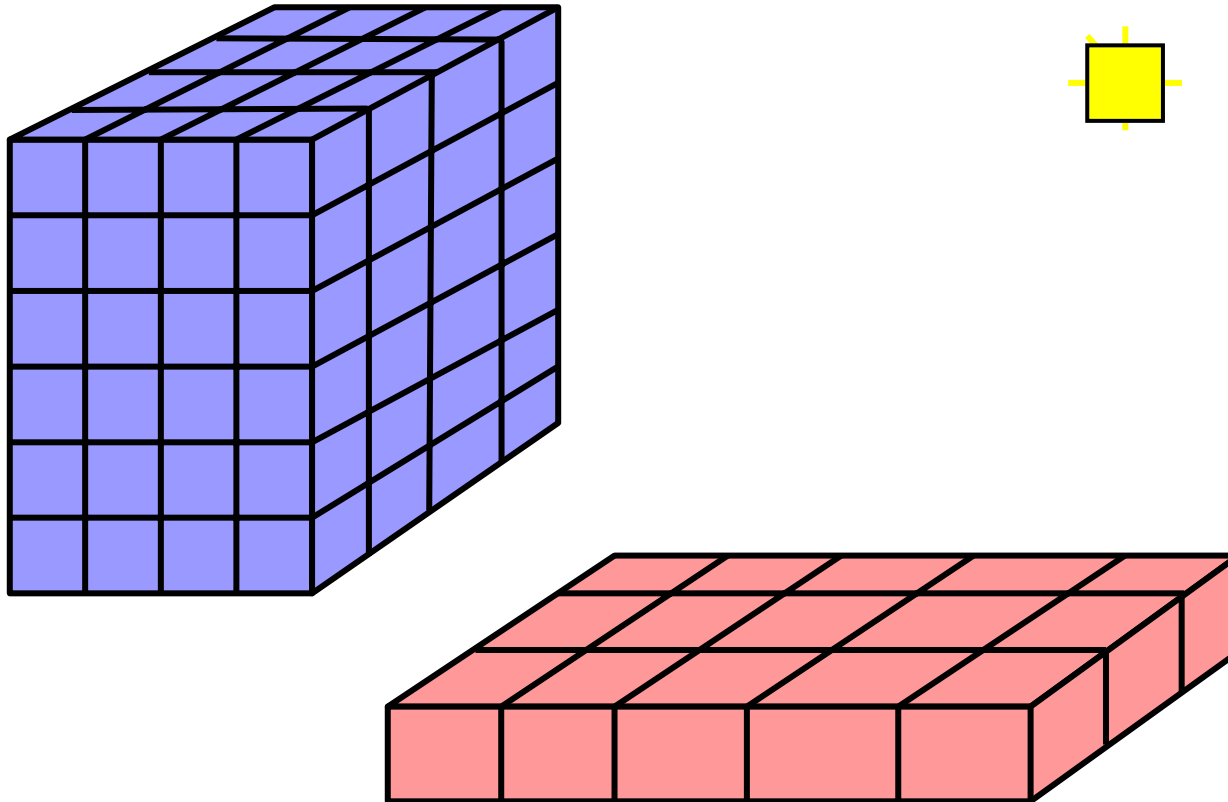


# Kapitel 23: Radiosity

# Globale Beleuchtung



# Radiosity-Gleichung

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

$B_i$  Radiosity (Energie pro Fläche, pro Zeit)

$A_i$  Größe von Fläche  $i$

$E_i$  Eigenstrahlung (pro Fläche, pro Zeit)

$\rho_i$  Reflexionsvermögen von Fläche  $i$

$F_{ji}$  Anteil der von  $j$  nach  $i$  abgegebenen Rate  
= Formfaktor

# Formfaktoren

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

$$F_{ij} = \frac{A_j}{A_i} \cdot F_{ji}$$

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ij}$$

$$B_i - \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j \cdot F_{ij} = E_i$$

# Gleichungssystem

$$B_i - \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j \cdot F_{ij} = E_i$$

$$B_1 - \rho_1 B_1 F_{11} - \rho_1 B_2 F_{12} - \rho_1 B_3 F_{13} \dots = E_1$$

$$B_1(1 - \rho_1)F_{11} - B_2\rho_1 F_{12} - B_3\rho_1 F_{13} \dots = E_1$$

$$\begin{pmatrix} 1 - \rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1 - \rho_2 F_{22} & \dots & -\rho_2 F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \dots & 1 - \rho_n F_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix}$$

$n^2$  Formfaktoren !

$$Ax = b$$

# Gauß-Seidel

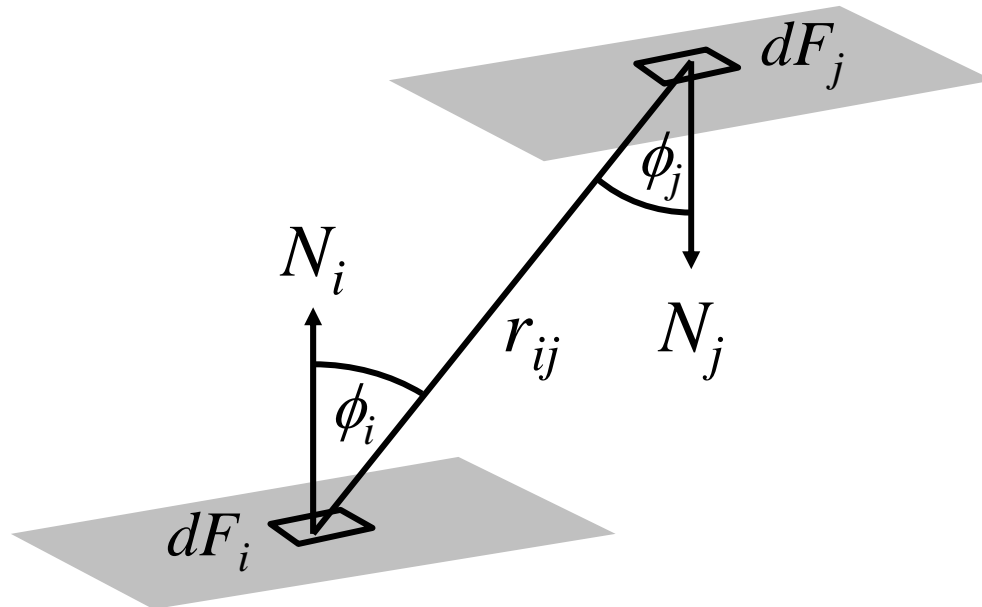
$$Ax = b \quad i\text{-te Zeile: } \sum_{j=1}^n A[i, j]x[j] = b[i]$$

$$x[i] = \frac{1}{A[i, i]} \left( b[i] - \sum_{j \neq i} A[i, j]x[j] \right)$$

$$x_k[i] = \frac{1}{A[i, i]} \left( b[i] - \sum_{j=1}^{i-1} x_k[j]A[i, j] - \sum_{j=i+1}^n x_{k-1}[j]A[i, j] \right)$$

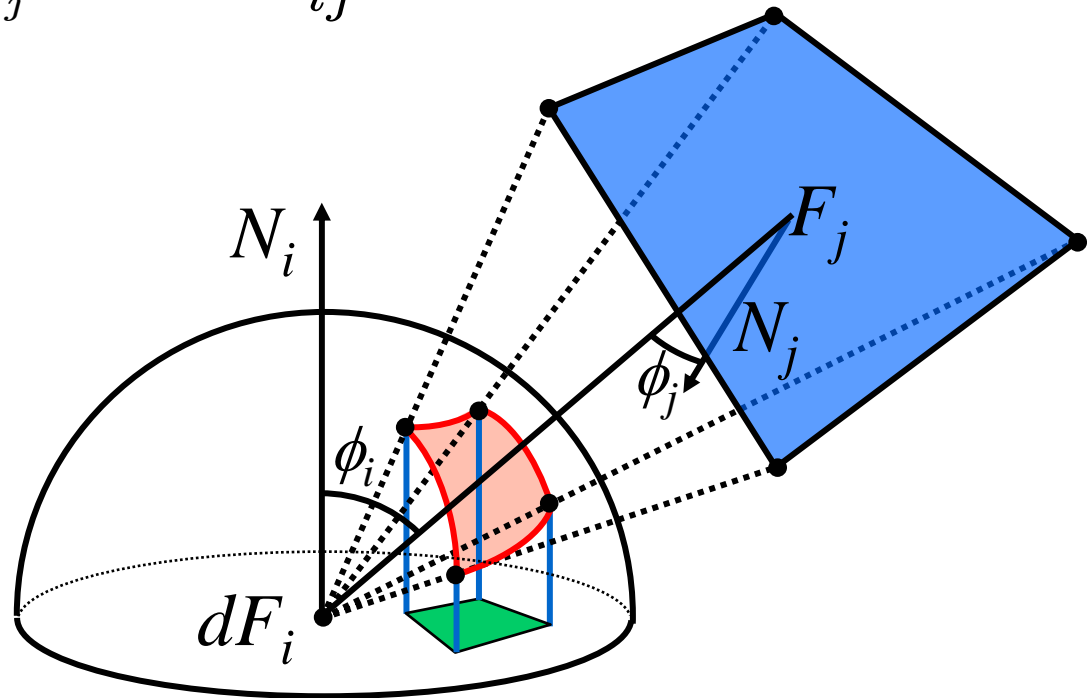
# Formfaktoren

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{F_i} \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j dF_i$$



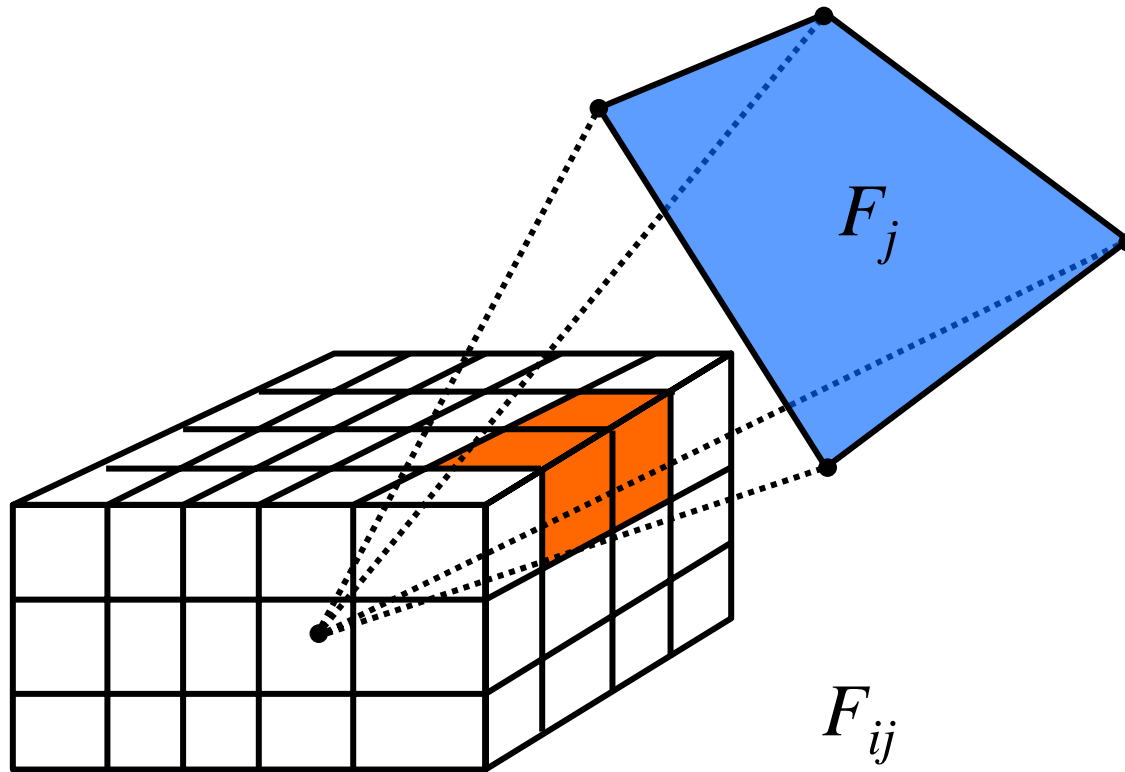
# Geometrische Interpretation

$$F_{dij} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j$$

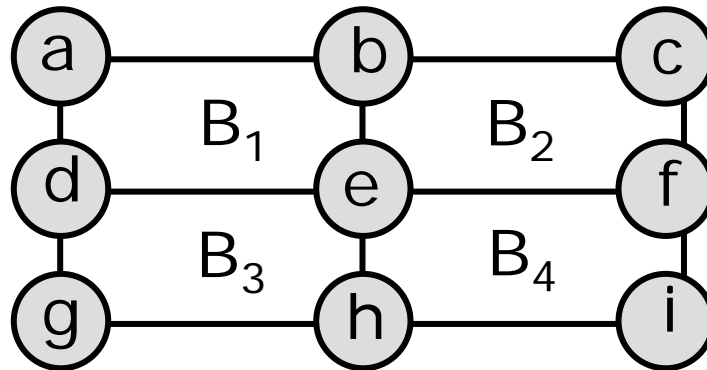




# Näherungslösung



von der Fläche zum Eckpunkt



$$B(e) = (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)/4$$

$$B(a) = 2 \cdot B_1 - B(e)$$

$$B(c) = 2 \cdot B_2 - B(e)$$

$$B(g) = 2 \cdot B_3 - B(e)$$

$$B(i) = 2 \cdot B_4 - B(e)$$

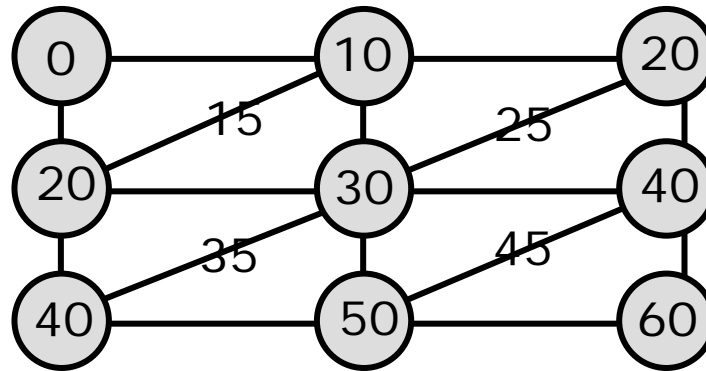
$$B(b) = (B(a) + B(c))/2$$

$$B(d) = (B(a) + B(g))/2$$

$$B(f) = (B(c) + B(i))/2$$

$$B(h) = (B(g) + B(i))/2$$

# Rendern mit Radiosity



Radiosity für Patches berechnen

Radiosity für Eckpunkte interpolieren

Triangulieren

Einfärben mit Interpolation

# Sammeln und Verteilen

bisher:

für Patch  $i$  die Strahlung einsammeln:

$B_i$  updaten durch  $\rho_i B_j F_{ij}$  für alle  $j$

jetzt:

von Patch  $i$  die Strahlung verteilen:

$B_j$  updaten durch  $\rho_j B_i F_{ji}$  für alle  $j$

$B_j$  updaten durch  $\rho_j B_i F_{ij} A_i/A_j$  für alle  $j$

# Progressive Refinement: Initialisierung

$B_i$  momentane Strahlung für Patch  $i$

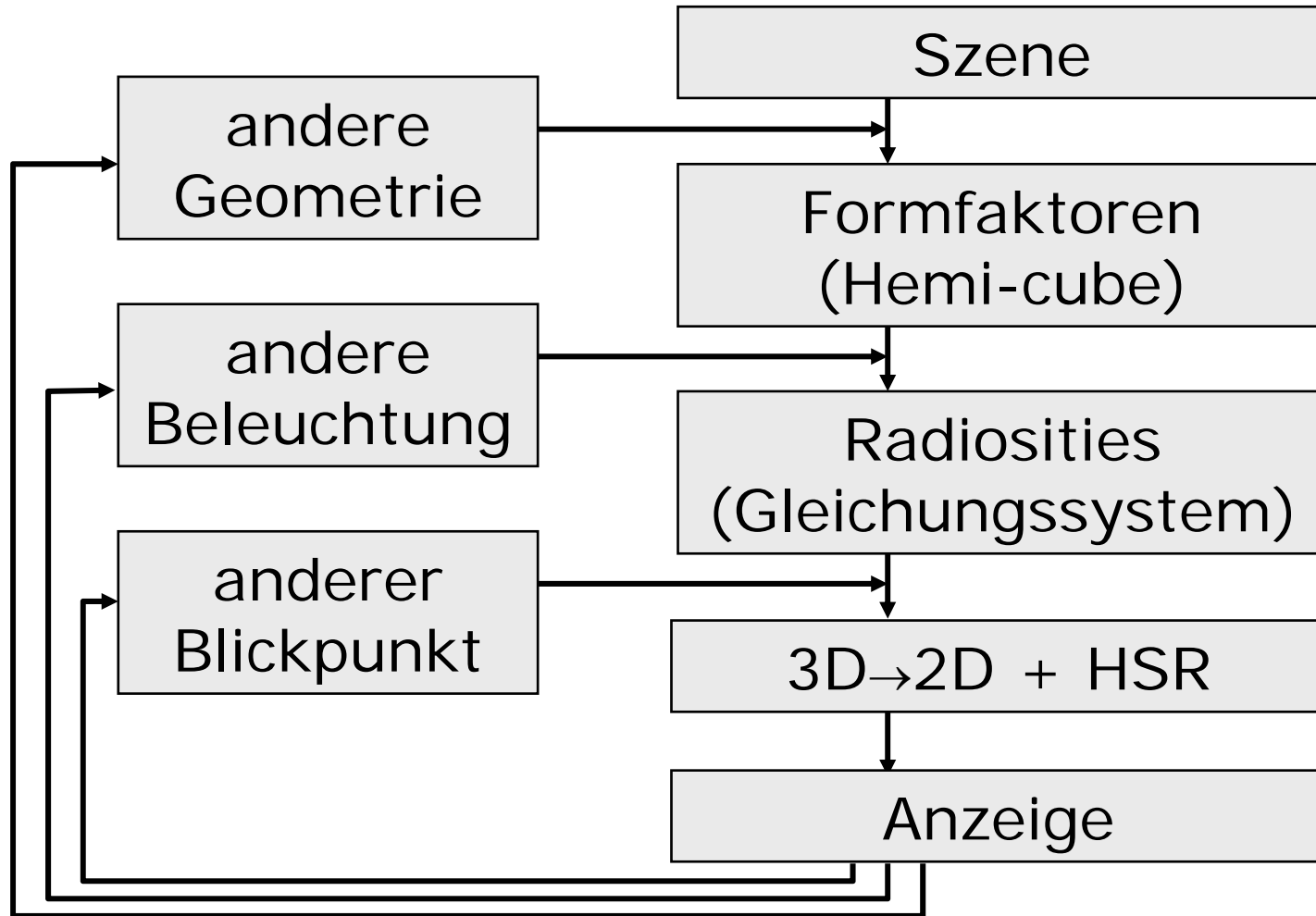
$\Delta B_i$  von Patch  $i$  noch nicht verteilte Strahlung

```
for i=1 to n do {  
  if patch i ist Lichtquelle  
    then  $B_i := \Delta B_i := \text{Emissionswert}$   
    else  $B_i := \Delta B_i := 0$   
}
```

# Progressive-Refinement: Schleife

```
while noch nicht zufrieden do {  
    wähle Patch  $i$  mit maximalem  $\Delta B_i$   
    berechne  $F_{ij}$  für alle  $j$   
    for  $j=1$  to  $n$  do {  
         $\Delta R := \rho_j \cdot \Delta B_i \cdot F_{ij} \cdot A_i/A_j$   
         $\Delta B_j := \Delta B_j + \Delta R$   
         $B_j := B_j + \Delta R$   
    }  
     $\Delta B_i := 0$   
}
```

# Radiosity-Verfahren



# Radiosity-Beispiel

