

Computergrafik 2014

Oliver Vornberger

Kapitel 16: 3D-Repräsentation

Repräsentation + Darstellung

- Datenstruktur zur Beschreibung der Szene
- Lichtquellen
- Synthetische Kamera
- das daraus berechnete 2D-Pixelbild

Repräsentation

Darstellung

Repräsentationshierarchie

- Elementarobjekt
(Kugel, Würfel, Kegel, Pyramide, Zylinder)
- Drahtmodell
(Punkte, Kanten)
- Flächenmodell
(Punkte, Kanten, Flächen, Normalen)

Darstellungshierarchie

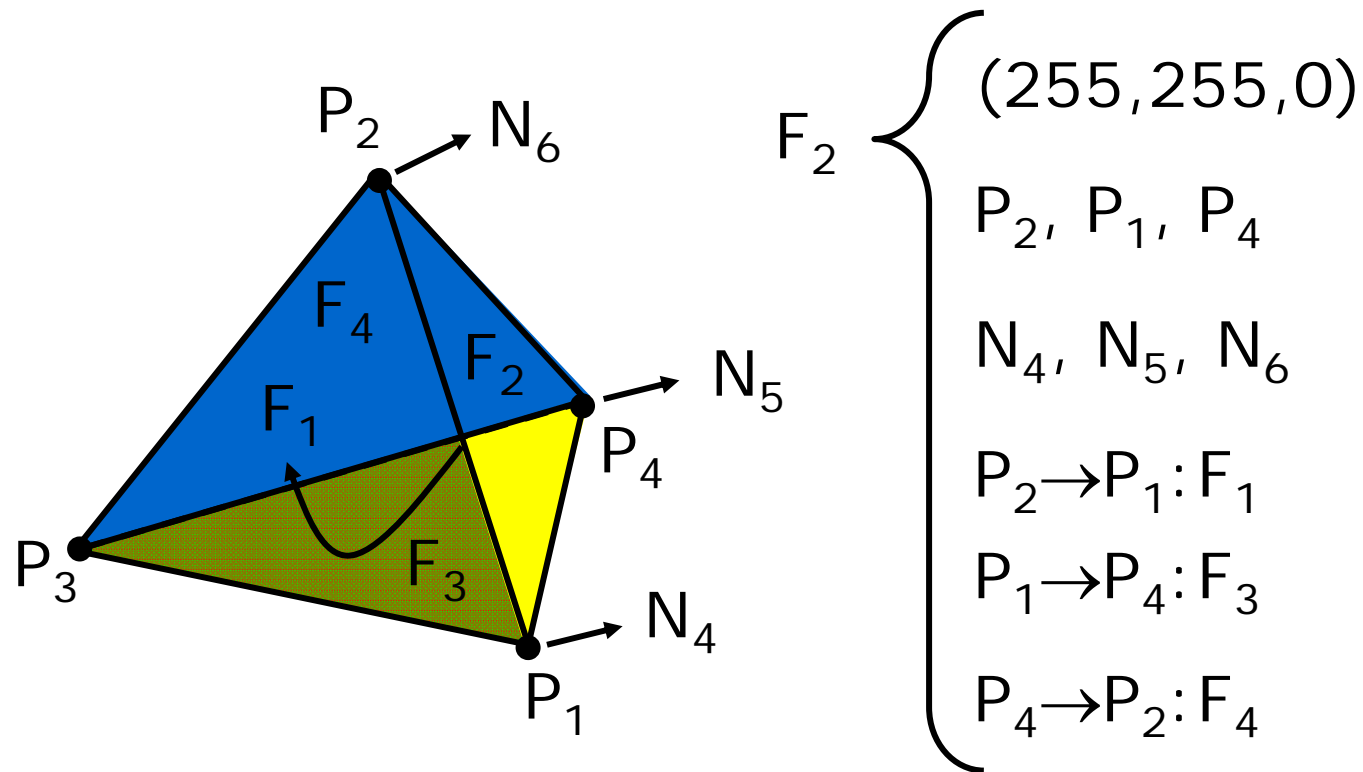
- Punktmodell
- Drahtmodell
- Drahtmodell, verdeckte Kanten entfernt
- Flächenmodell, ohne abgewandte Flächen
- Flächenmodell, verdeckte Flächen entfernt
- Flächenmodell mit Beleuchtung
- Flächenmodell mit Beleuchtung + Schatten
- Flächenmodell mit Spiegelung + Brechung

Datenstruktur für Polyeder

- Punkte
- Kanten
- Flächen
- Normale
- Farbe
- Materialeigenschaften
- Textur
- Bump Map

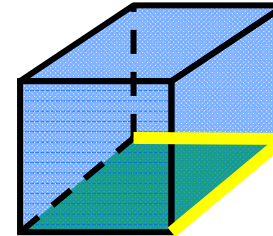
Beispiel: Tetraeder

Farbe, Punkte, Kanten, Flächen, Normalen

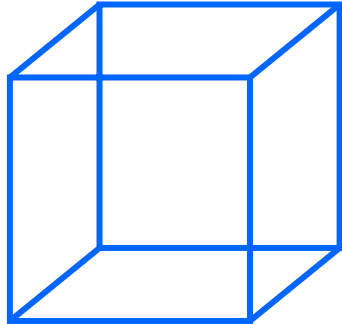


Drahtgitterdarstellung

```
für jede Fläche F tue {  
  für jede Kante E von F tue {  
    falls !bearbeitet(E) {  
      falls sichtbar(F)  
        zeichne E solide;  
      falls !sichtbar(F) {  
        falls sichtbar(Nachbarfläche(F))  
          zeichne E solide;  
        falls !sichtbar(Nachbarfläche(F))  
          zeichne E gestrichelt;  
      }  
      markiere E als bearbeitet;  
    }  
  }  
}
```



Würfel

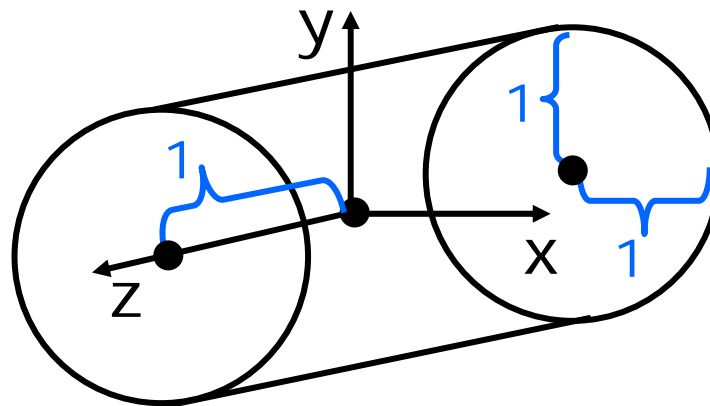


Kantenlänge 1
Schwerpunkt im
Ursprung

(+0.5, +0.5, +0.5, 1.0)
(+0.5, -0.5, +0.5, 1.0)
(-0.5, +0.5, +0.5, 1.0)
(-0.5, -0.5, +0.5, 1.0)
(+0.5, +0.5, -0.5, 1.0)
(+0.5, -0.5, -0.5, 1.0)
(-0.5, +0.5, -0.5, 1.0)
(-0.5, -0.5, -0.5, 1.0)

Zylinder

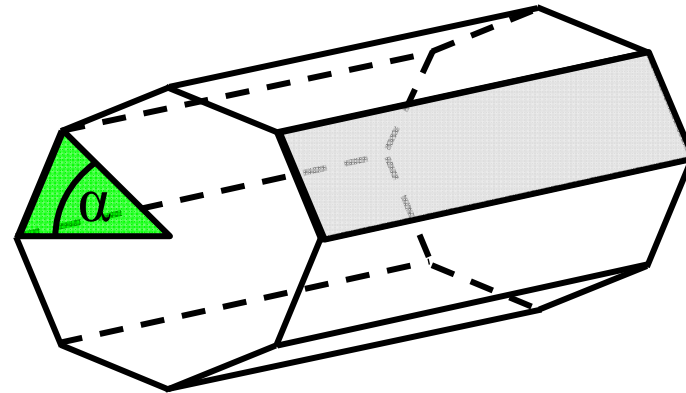
Schwerpunkt im Ursprung
Zwei Deckflächen mit Radius 1
Eine Mantelfläche der Länge 2



Approximation eines Zylinders

$$\alpha = 2 \cdot \pi / n$$

$$\varphi = i \cdot \alpha, i = 0, \dots, n-1$$



Eckpunkte:

$$[\cos(\varphi), \sin(\varphi), +1, 1]$$

$$[\cos(\varphi + \alpha), \sin(\varphi + \alpha), +1, 1]$$

$$[\cos(\varphi + \alpha), \sin(\varphi + \alpha), -1, 1]$$

$$[\cos(\varphi), \sin(\varphi), -1, 1]$$

Normalen:

$$[\cos(\varphi), \sin(\varphi), 0, 0]$$

$$[\cos(\varphi + \alpha), \sin(\varphi + \alpha), 0, 0]$$

$$[\cos(\varphi + \alpha), \sin(\varphi + \alpha), 0, 0]$$

$$[\cos(\varphi), \sin(\varphi), 0, 0]$$

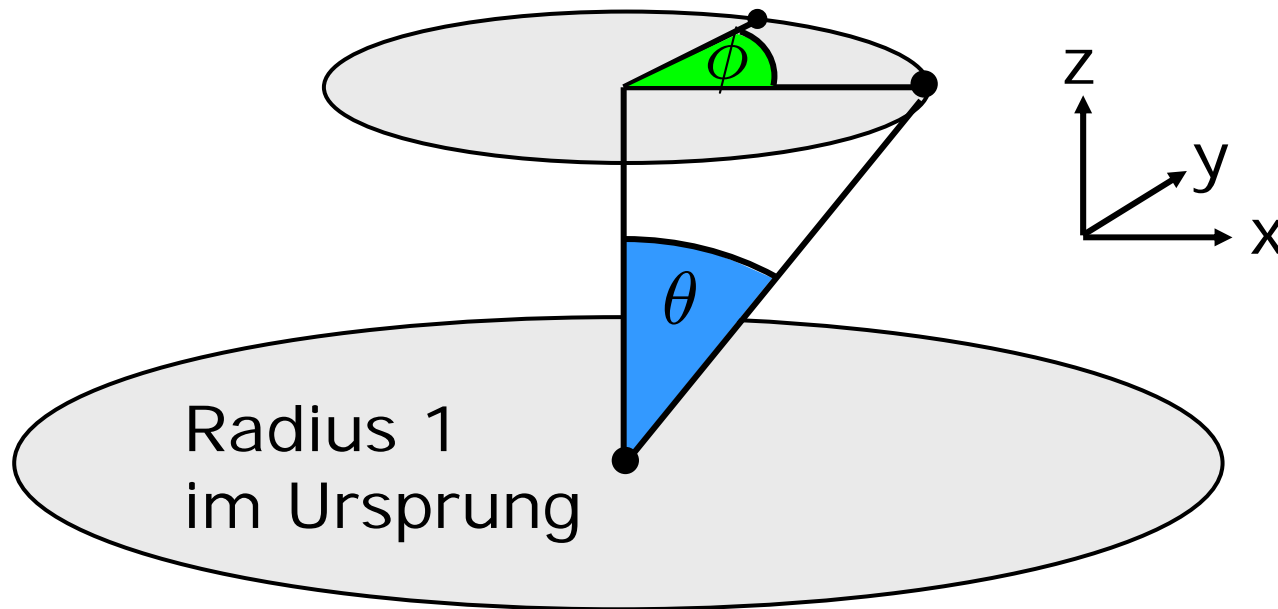
Kugel

$$(\sin(\theta) \cdot \cos(\phi), \sin(\theta) \cdot \sin(\phi), \cos(\theta), 1)$$

$$0 \leq \phi \leq 2 \cdot \pi$$

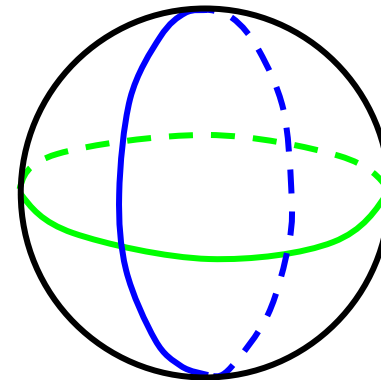


$$0 \leq \theta \leq \pi$$



Approximation einer Kugel

- wähle n gerade
- bilde $n/2$ Längenkreise (alle gleich groß)
- bilde $n/2 - 1$ Breitenkreise (verschieden groß)



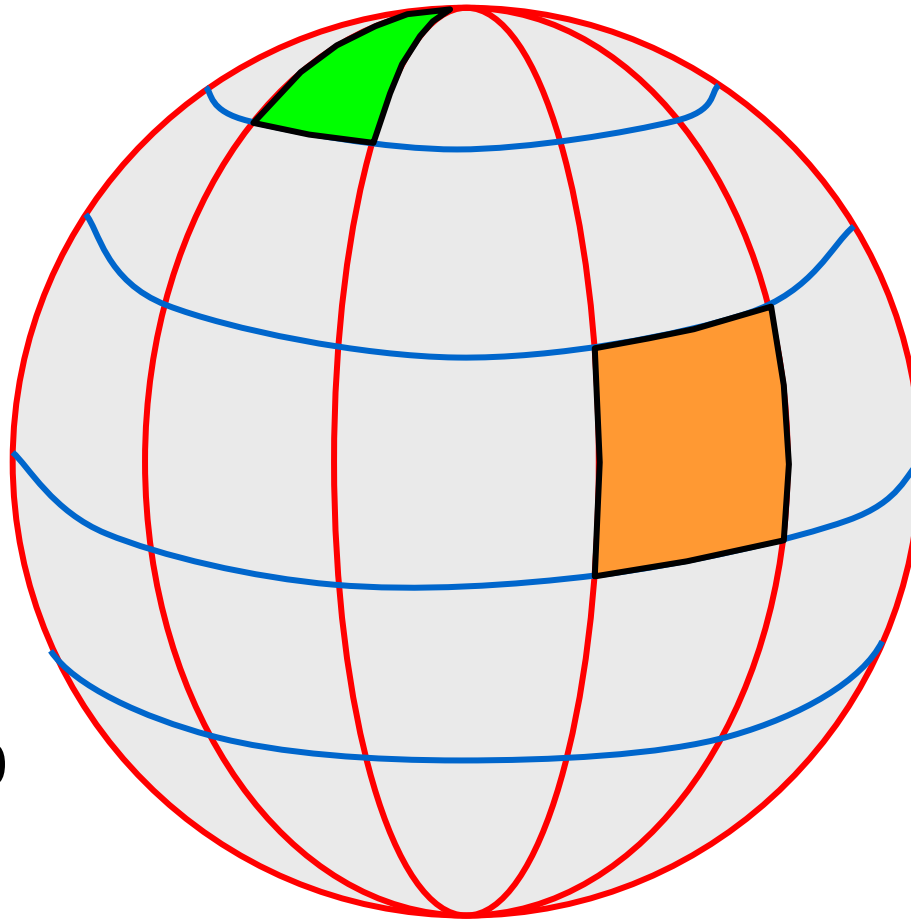
Kugel für $n=10$

$n/2 = 5$
Längenkreise

$n/2 - 1 = 4$
Breitenkreise

$2n = 20$
Dreiecke

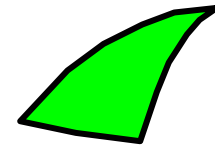
$n \cdot (n/2 - 2) = 30$
Rechtecke



Dreiecke von Kugel

$$\alpha = (2\pi)/n, \quad n \in \mathbb{N} \text{ gerade}$$

$$\phi = k \cdot \alpha, \quad k \in \{0, \dots, n - 1\}$$



$$(0, 0, +1, 1),$$

$$(\sin(\alpha) \cos(\phi), \sin(\alpha) \sin(\phi), \cos(\alpha), 1),$$

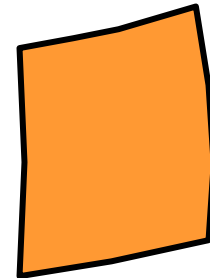
$$(\sin(\alpha) \cos(\phi + \alpha), \sin(\alpha) \sin(\phi + \alpha), \cos(\alpha), 1)$$

Rechtecke von Kugel

$$\alpha = (2\pi)/n, \quad n \in \mathbb{N} \text{ gerade}$$

$$\phi = k \cdot \alpha, \quad k \in \mathbb{N}, k < n$$

$$\theta = l \cdot \alpha, \quad l \in \mathbb{N}, 0 < l < (n/2 - 1)$$



$$(\sin(\theta) \cos(\phi), \sin(\theta) \sin(\phi), \cos(\theta), 1)$$

$$(\sin(\theta) \cos(\phi + \alpha), \sin(\theta) \sin(\phi + \alpha), \cos(\theta), 1)$$

$$(\sin(\theta + \alpha) \cos(\phi + \alpha), \sin(\theta + \alpha) \sin(\phi + \alpha), \cos(\theta + \alpha), 1)$$

$$(\sin(\theta + \alpha) \cos(\phi), \sin(\theta + \alpha) \sin(\phi), \cos(\theta + \alpha), 1)$$

Normalen von Kugel

$$\alpha = (2\pi)/n, \quad n \in \mathbb{N} \text{ gerade}$$

$$\phi = k \cdot \alpha, \quad k \in \mathbb{N}, k < n$$

$$\theta = l \cdot \alpha, \quad l \in \mathbb{N}, 0 < l < (n/2 - 1)$$

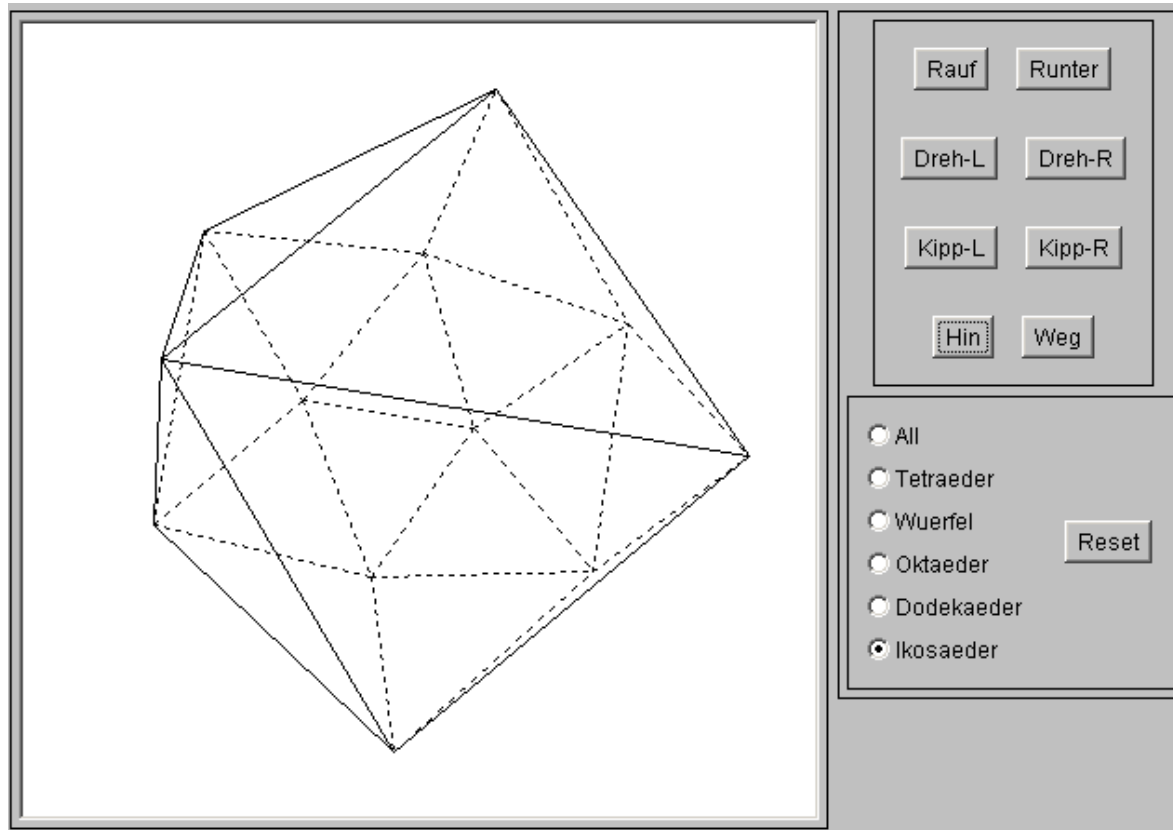
$$(\sin(\theta) \cos(\phi), \sin(\theta) \sin(\phi), \cos(\theta), 0)$$

$$(\sin(\theta) \cos(\phi + \alpha), \sin(\theta) \sin(\phi + \alpha), \cos(\theta), 0)$$

$$(\sin(\theta + \alpha) \cos(\phi + \alpha), \sin(\theta + \alpha) \sin(\phi + \alpha), \cos(\theta + \alpha), 0)$$

$$(\sin(\theta + \alpha) \cos(\phi), \sin(\theta + \alpha) \sin(\phi), \cos(\theta + \alpha), 0)$$

Java-Applet zur Wireframe-Projektion

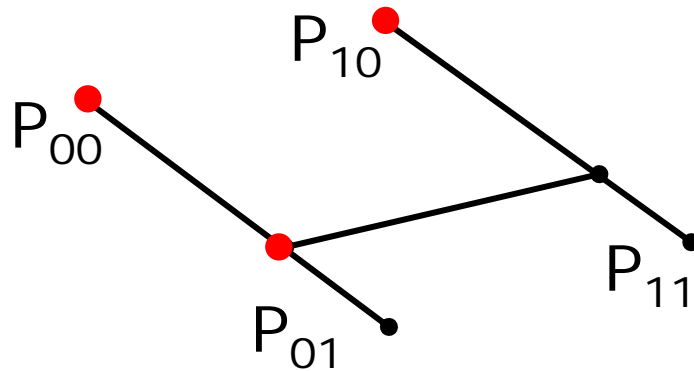


Platonische Körper

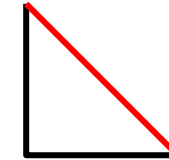
- 4 Dreiecke
- 6 Vierecke
- 8 Dreiecke
- 12 Fünfecke
- 20 Dreiecke

~cg/2014/skript/Applets/3D-wire/App.html

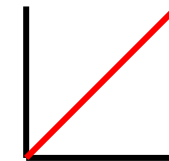
parametrisierte Fläche



$$f_0(t) = 1 - t$$



$$f_1(t) = t$$



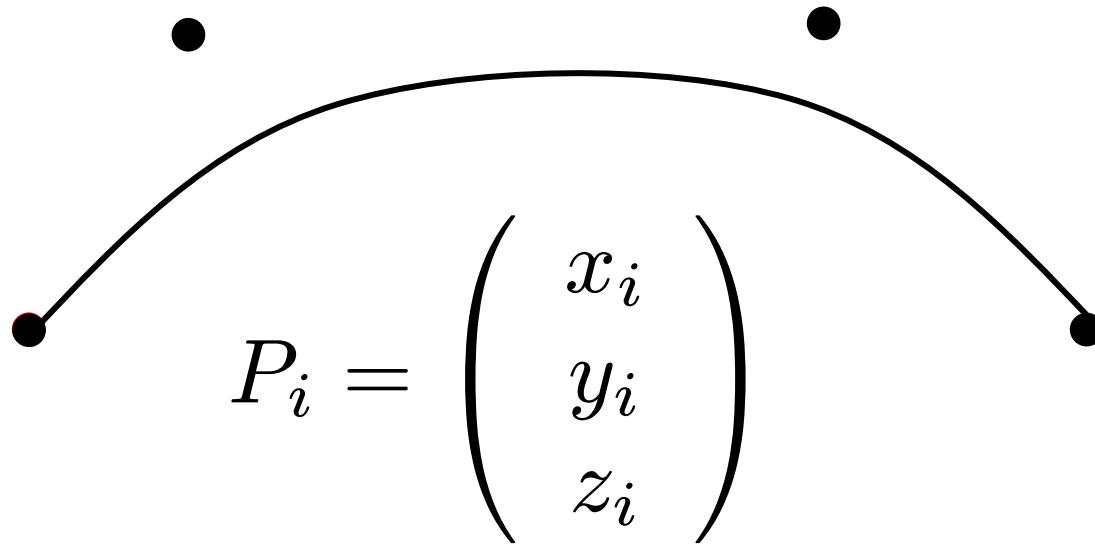
$$(1-u) \cdot [(1-v) \cdot P_{00} + v \cdot P_{01}] + u \cdot [(1-v) \cdot P_{10} + v \cdot P_{11}]$$

$$f_0(u) f_0(v) P_{00} + f_0(u) f_1(v) P_{01} \\ + f_1(u) f_0(v) P_{10} + f_1(u) f_1(v) P_{11}$$

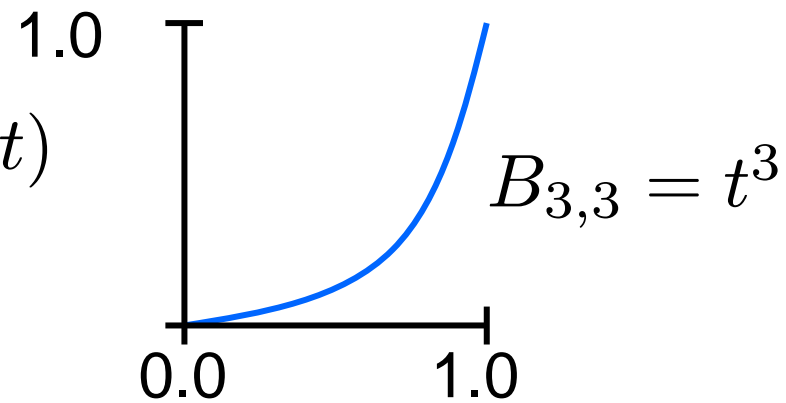
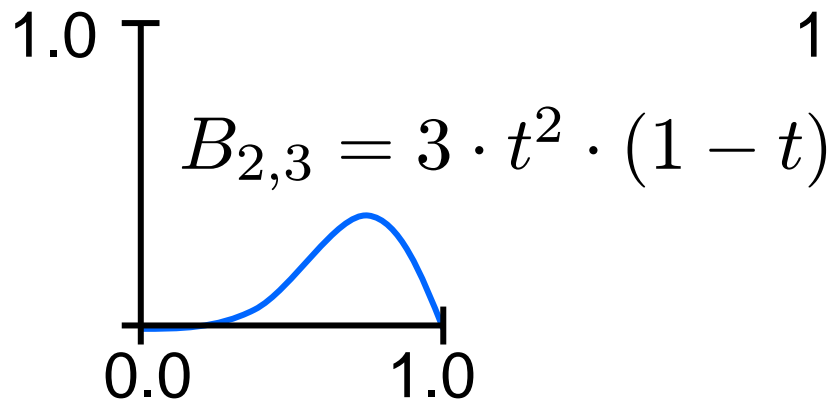
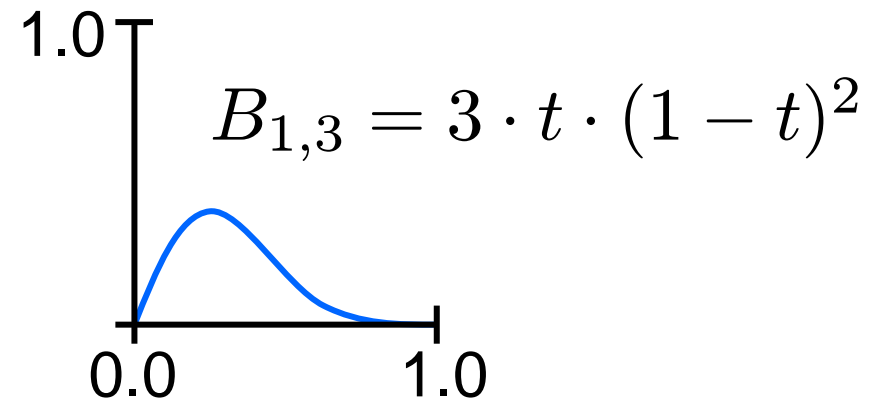
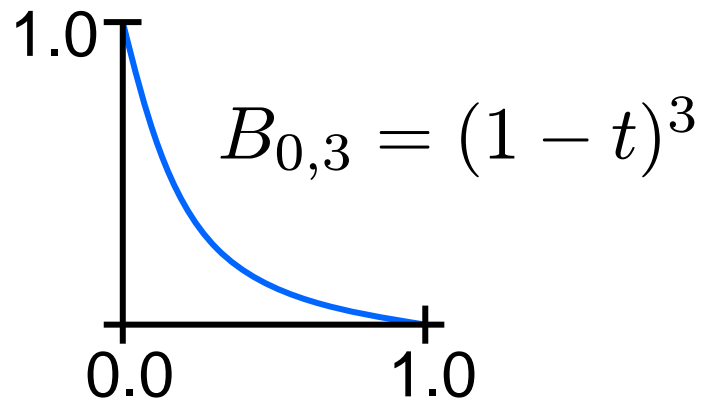
$$P(u, v) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 f_i(u) \cdot f_j(v) \cdot P_{i,j}$$

Bezier-Kurve

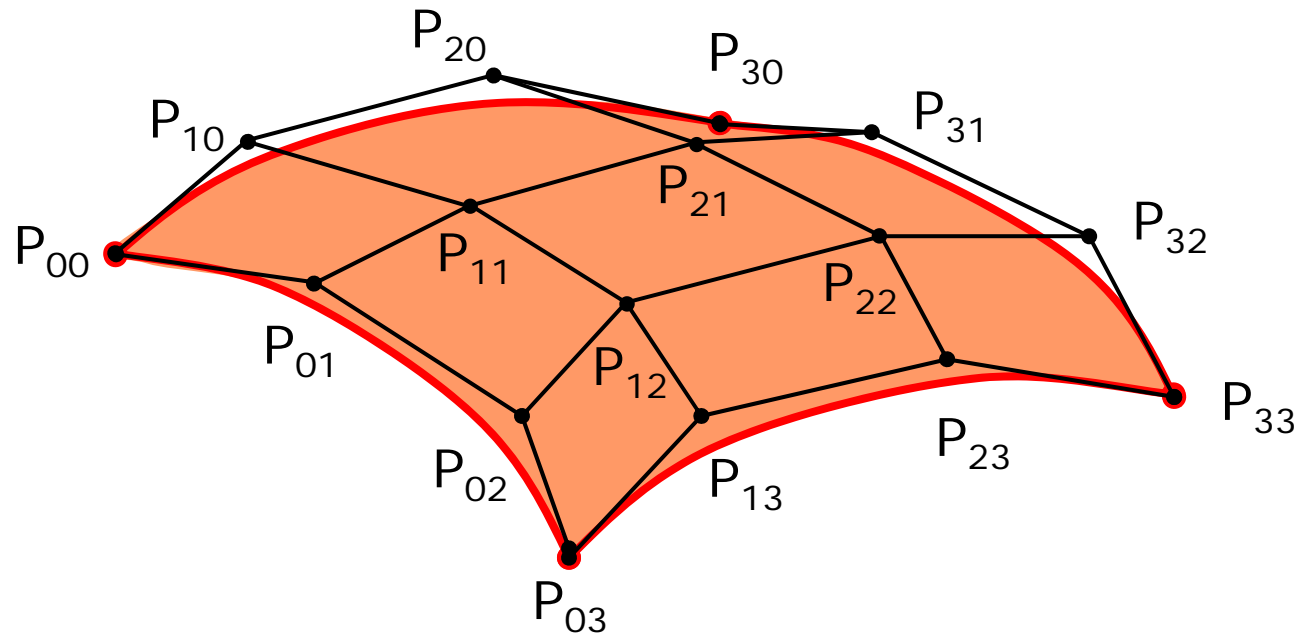
$$P(t) = \sum_{i=0}^3 B_{i,3}(t) \cdot P_i$$



Kubische Bernstein-Polynome



Gekrümmte Fläche

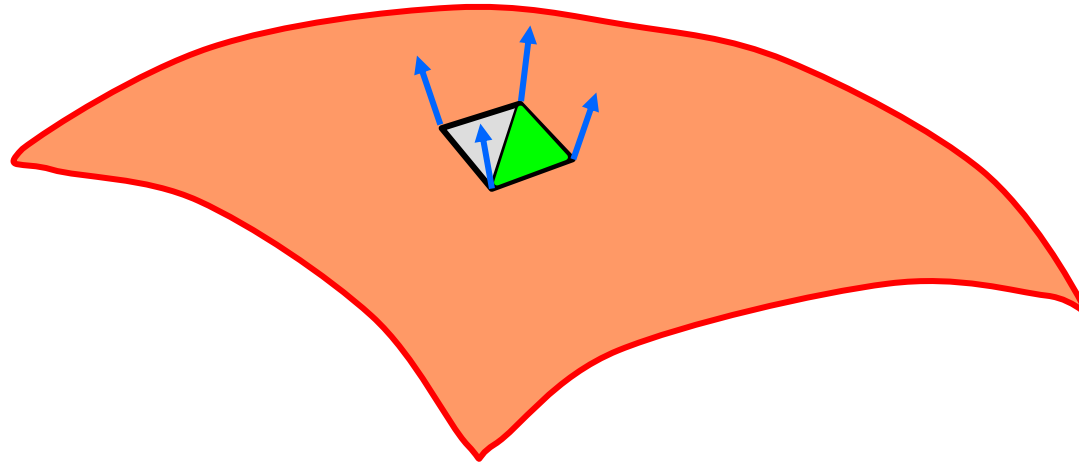


$$P(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \cdot B_{i,3}(u) \cdot B_{j,3}(v) \cdot P_{i,j}$$

Drahtgitterdarstellung

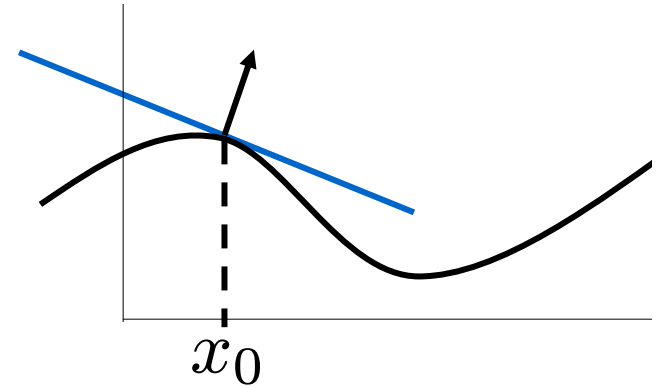
```
for (u=0.0; u<=1.0; u=u+0.1){
  for (v=0.0; v<=1.0; v=v+0.1){
    p = new Punkt();
    for (i=0; i<=3; i++){
      for (j=0; j<=3; j++){
        p = add(p, Bi,3(u) · Bj,3(v) · Pi,j);
      }
    }
    // Punkt p verarbeiten
  }
}
```

Flächendarstellung



Zerlege Rechteck in 2 Dreiecke
berechne Normalenvektoren
färbe Dreiecke ein

Normalen berechnen



- im Approximationspunkt
Bezierkurve nach u ableiten

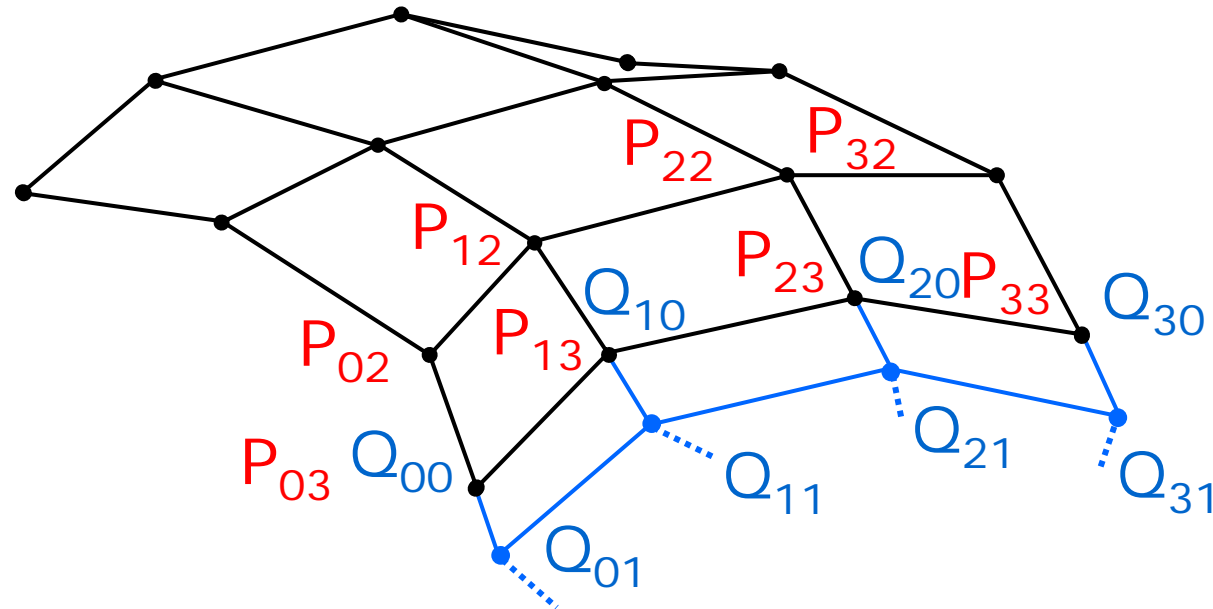
$$\frac{\partial P(u, v)}{\partial u} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 B'_{i,3}(u) \cdot B_{j,3}(v) \cdot P_{i,j}$$

- im Approximationspunkt
Bezierkurve nach v ableiten

$$\frac{\partial P(u, v)}{\partial v} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 B_{i,3}(u) \cdot B'_{j,3}(v) \cdot P_{i,j}$$

- Kreuzprodukt beider Tangenten berechnen

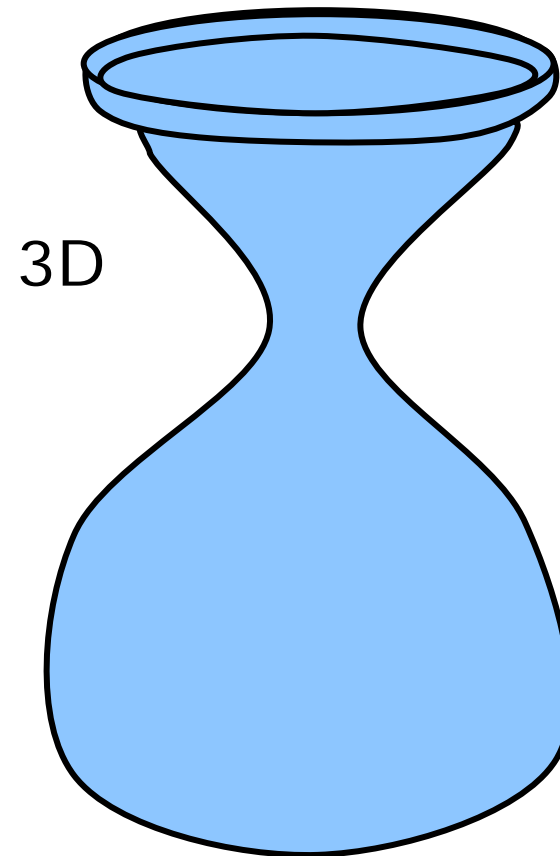
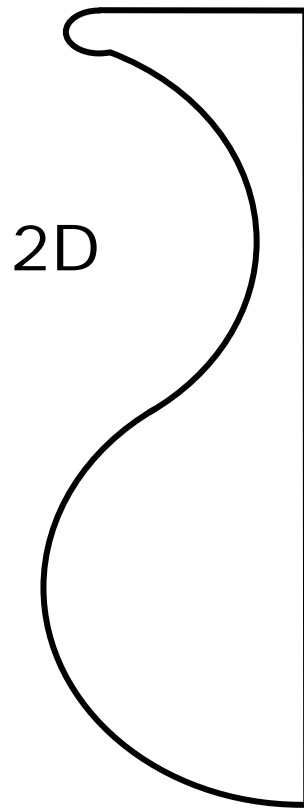
Bezier-Flächen anstückeln



Anschlusspunkte $P_{i2}, P_{i3} = Q_{i0}, Q_{i1}$ collinear

Verhältnis der Abstände $\frac{|P_{i3} - P_{i2}|}{|Q_{i1} - Q_{i0}|}$ konstant

Rotationskörper



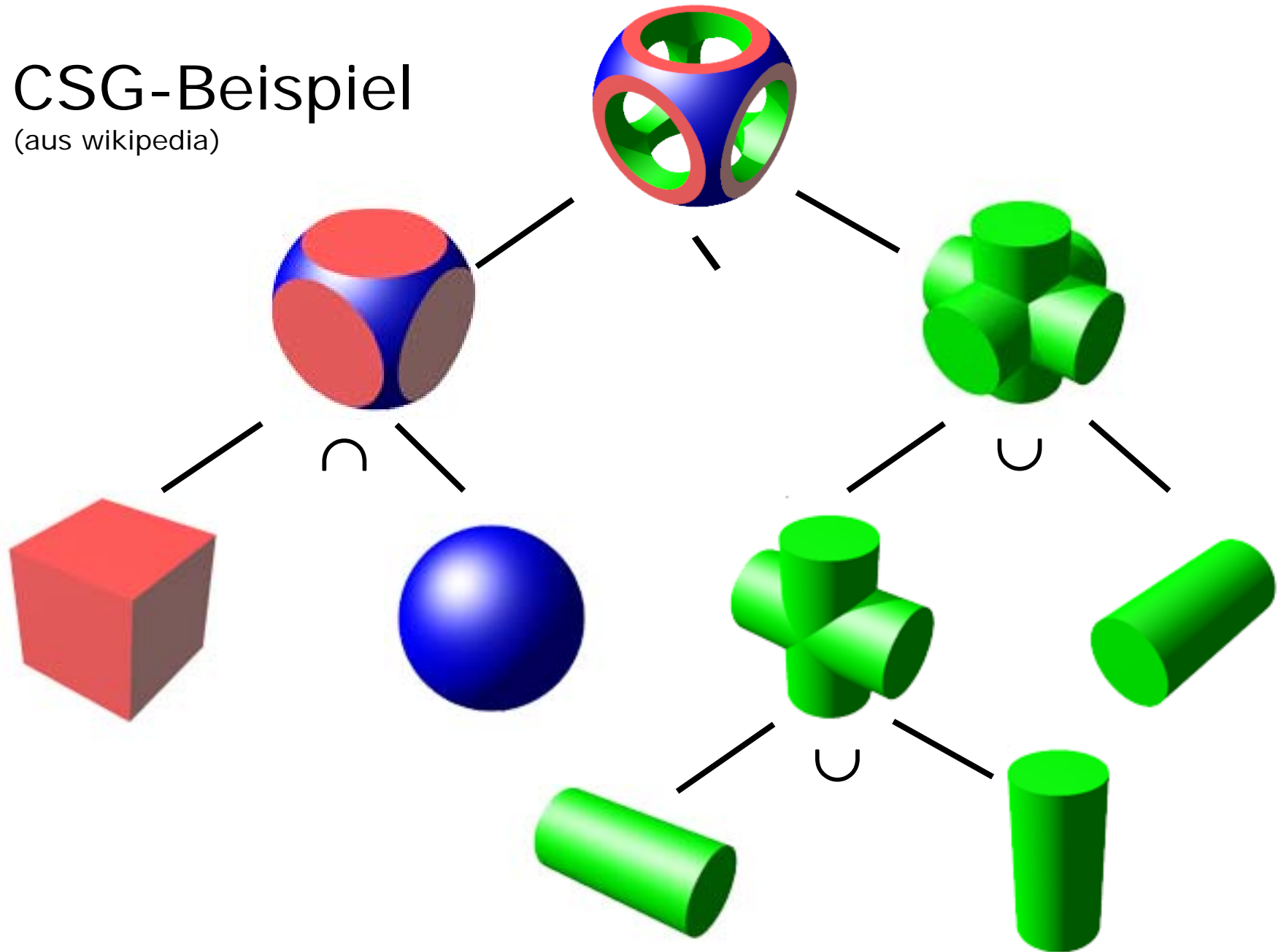
CSG

Constructive Solid Geometry

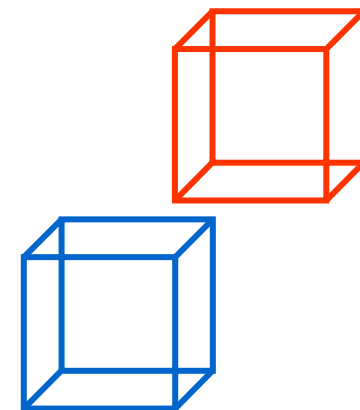
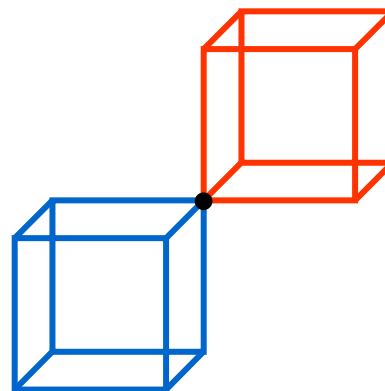
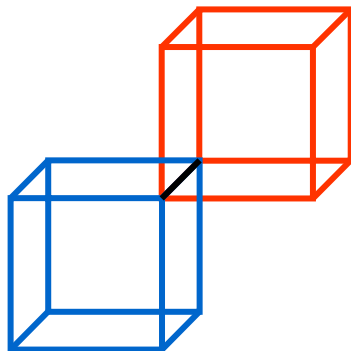
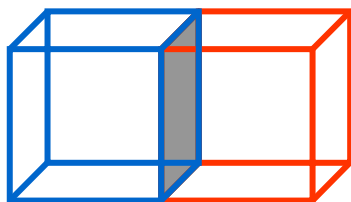
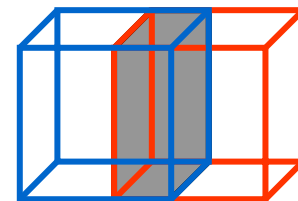
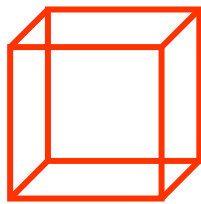
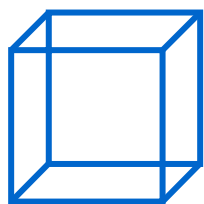
- Objekte sollen physikalisch realisierbar sein
- Objekte haben Volumen, Gewicht
- Objekte lassen sich maschinell herstellen

CSG-Beispiel

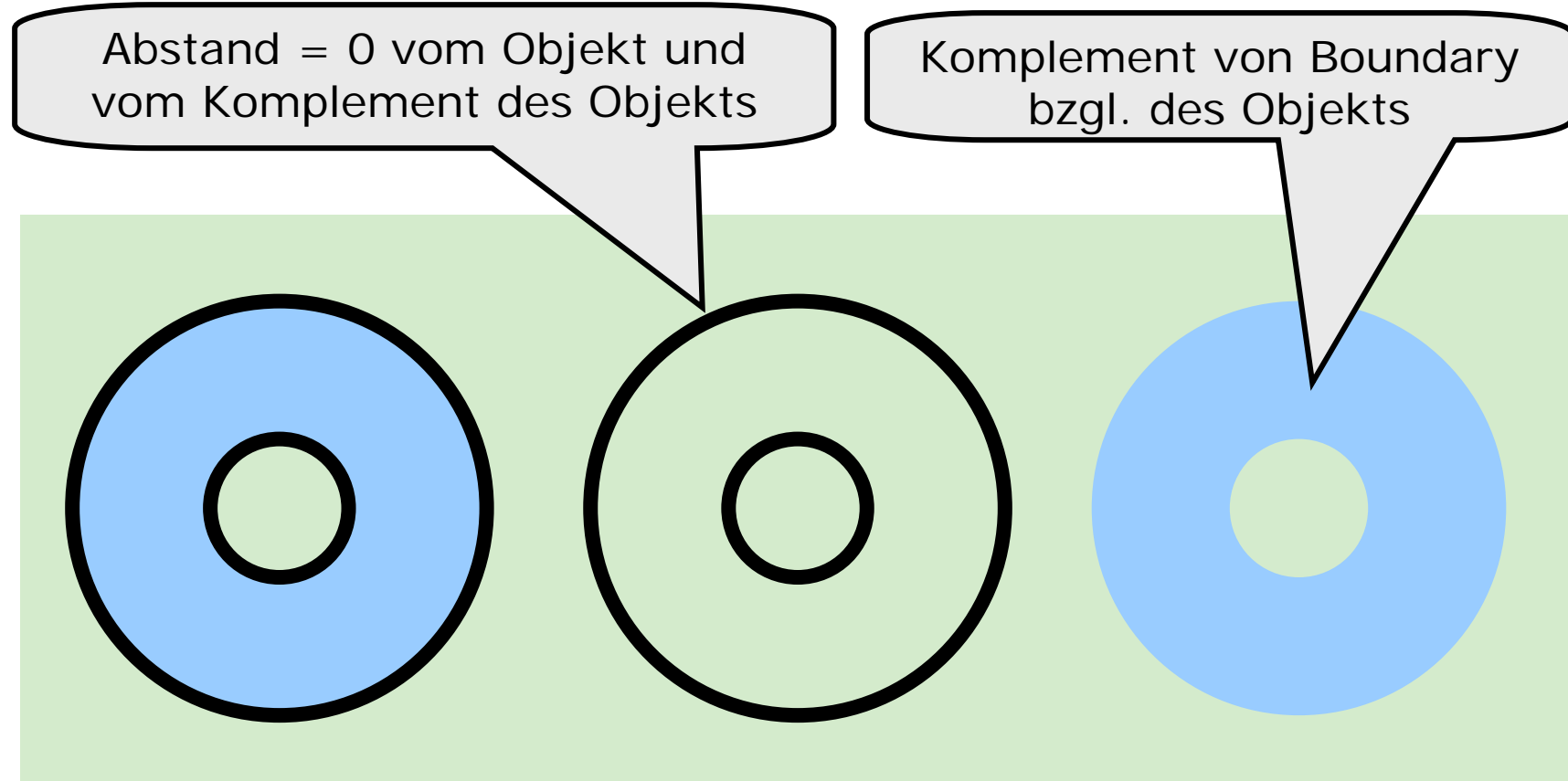
(aus wikipedia)



Schnittmengen



Innen und außen



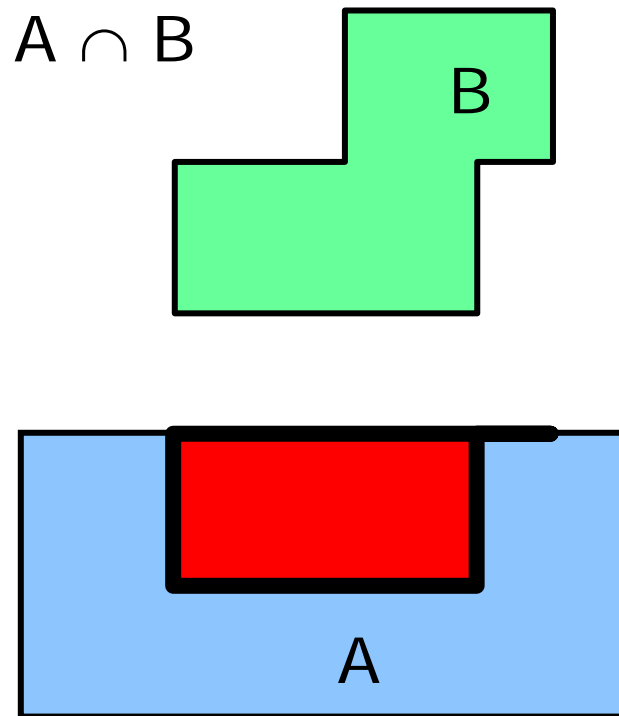
Objekt

Boundary

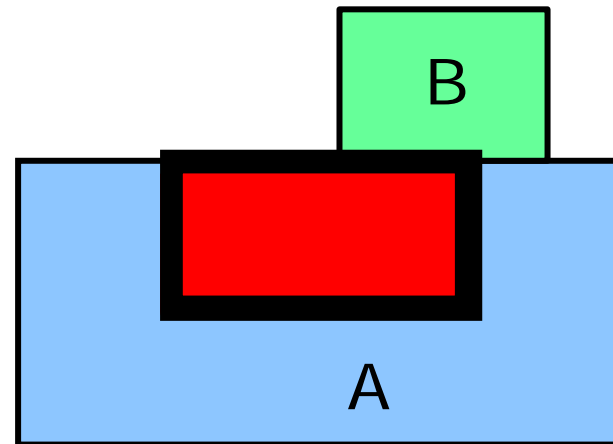
Interior

Regularisierte Verknüpfung

$$A \cap^* B = \text{closure}(\text{interior}(A \cap B))$$

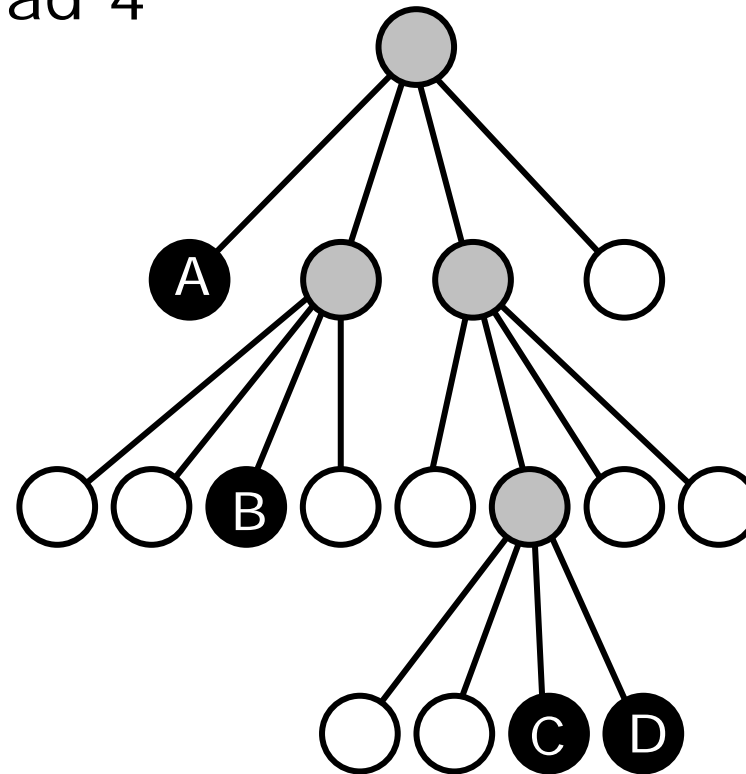
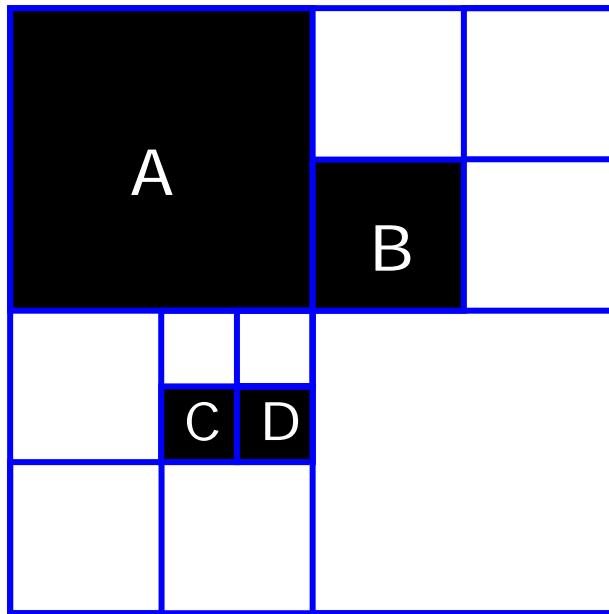


$A_i \cap B_i$	$A_b \cap B_i$
$A_i \cap B_b$	$A_b \cap B_b$ same



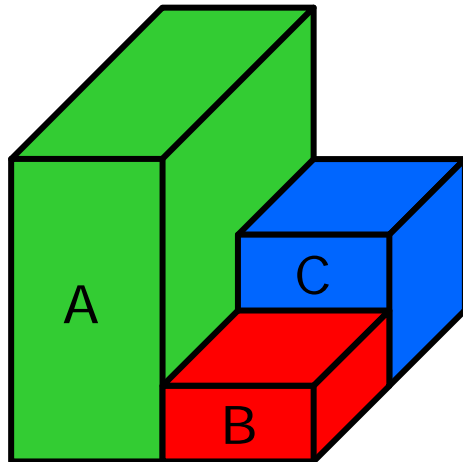
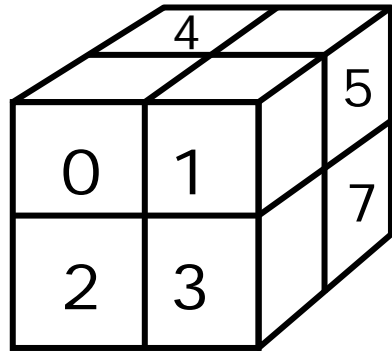
Quadtree

strukturiere 2D-Fläche
durch Baum vom Grad 4

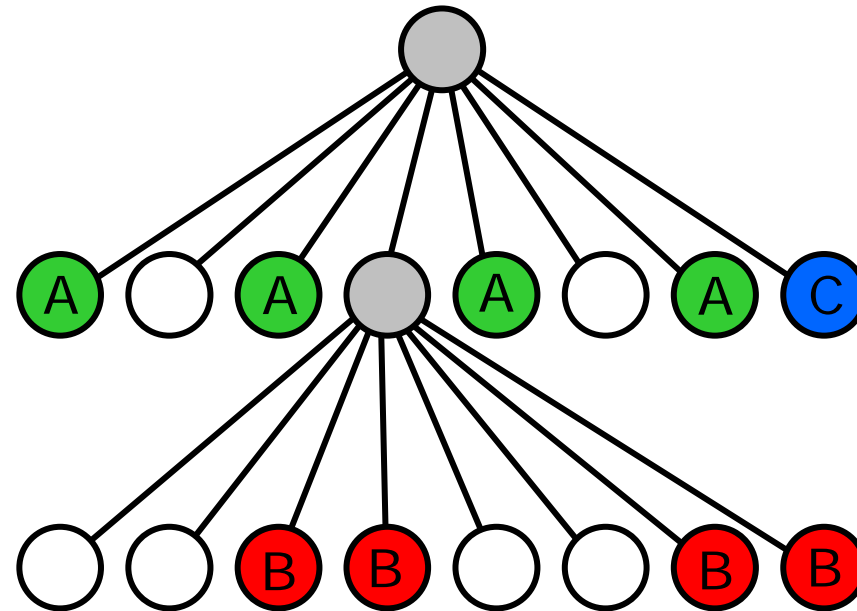


Effizientes $\cup \cap \setminus$ durch Traversieren

Octree



strukturiere 3D-Raum
durch Baum vom Grad 8



Effizientes \cup \cap \setminus durch Traversieren