

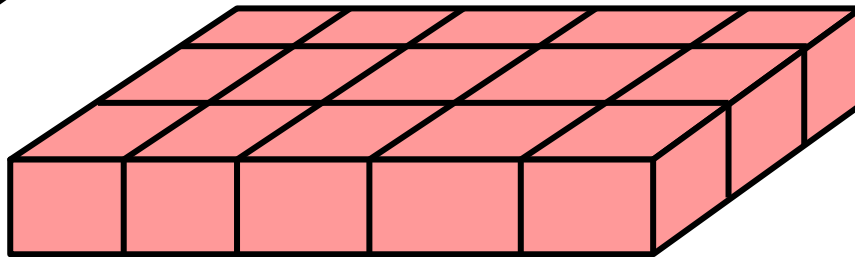
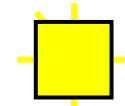
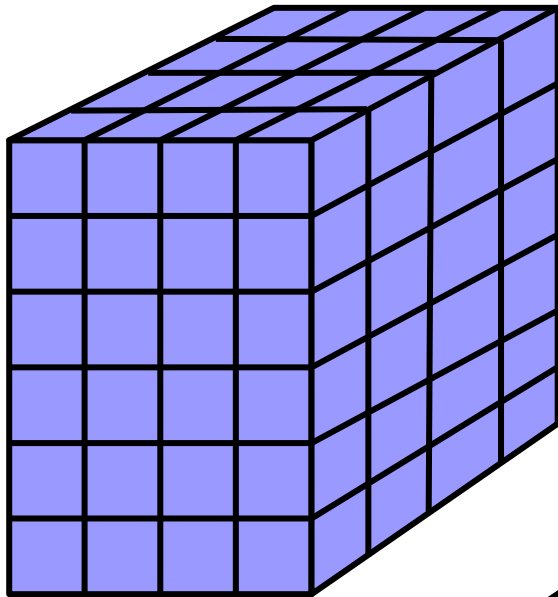
Computergrafik SS 2016

Oliver Vornberger

Vorlesung vom 07.06.2016

Kapitel 20:
Globale Beleuchtung

Radiosity



Radiosity-Gleichung

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

B_i Radiosity (Energie pro Fläche, pro Zeit)

A_i Größe von Fläche i

E_i Eigenstrahlung (pro Fläche, pro Zeit)

ρ_i Reflektionsvermögen von Fläche i

F_{ji} Anteil der von j nach i abgegebenen Rate
= Formfaktor

Formfaktoren

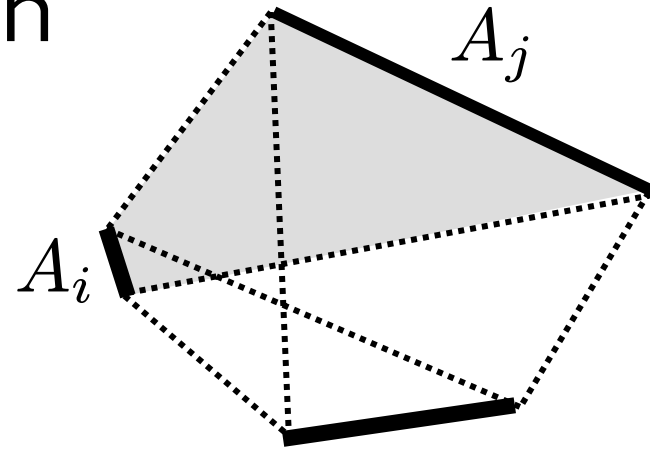
$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

$$F_{ij} = \frac{A_j}{A_i} \cdot F_{ji}$$

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ij}$$

$$B_i - \rho_i \sum_{j=1}^n B_j \cdot F_{ij} = E_i$$



Gleichungssystem

$$B_i - \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j \cdot F_{ij} = E_i$$

$$B_1 - \rho_1 B_1 F_{11} - \rho_1 B_2 F_{12} - \rho_1 B_3 F_{13} \dots = E_1$$

$$B_1(1 - \rho_1 F_{11}) - B_2 \rho_1 F_{12} - B_3 \rho_1 F_{13} \dots = E_1$$

$$\begin{pmatrix} 1 - \rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1 - \rho_2 F_{22} & \dots & -\rho_2 F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \dots & 1 - \rho_n F_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix}$$

n^2 Formfaktoren !

$$Ax = b$$

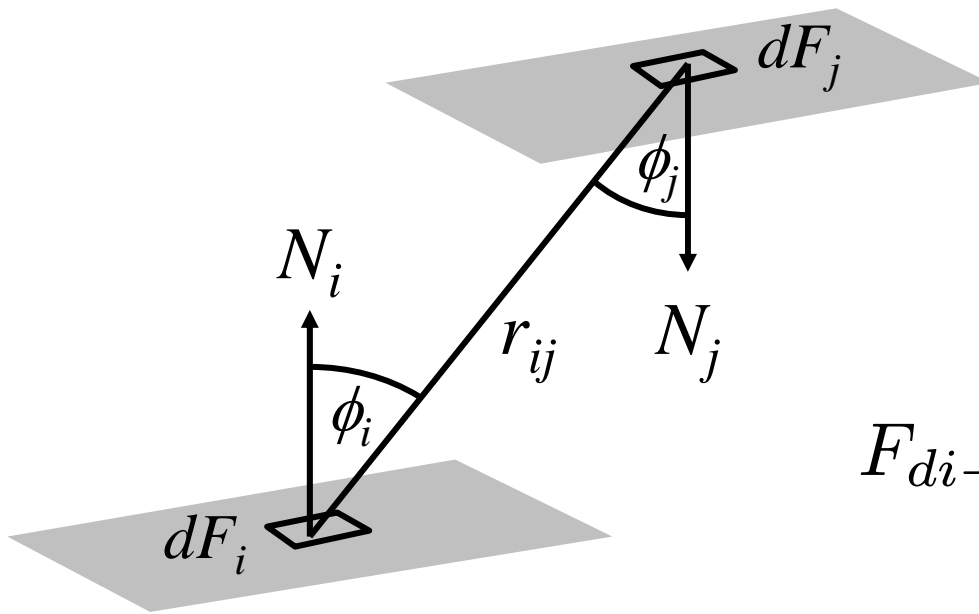
Gauß-Seidel

$$Ax = b \quad \text{i-te Zeile:} \quad \sum_{j=1}^n A[i, j]x[j] = b[i]$$

$$x[i] = \frac{1}{A[i, i]} \left(b[i] - \sum_{j \neq i} A[i, j]x[j] \right)$$

$$x_k[i] = \frac{1}{A[i, i]} \left(b[i] - \sum_{j=1}^{i-1} x_k[j]A[i, j] - \sum_{j=i+1}^n x_{k-1}[j]A[i, j] \right)$$

Formfaktoren [Cornell, 1984]



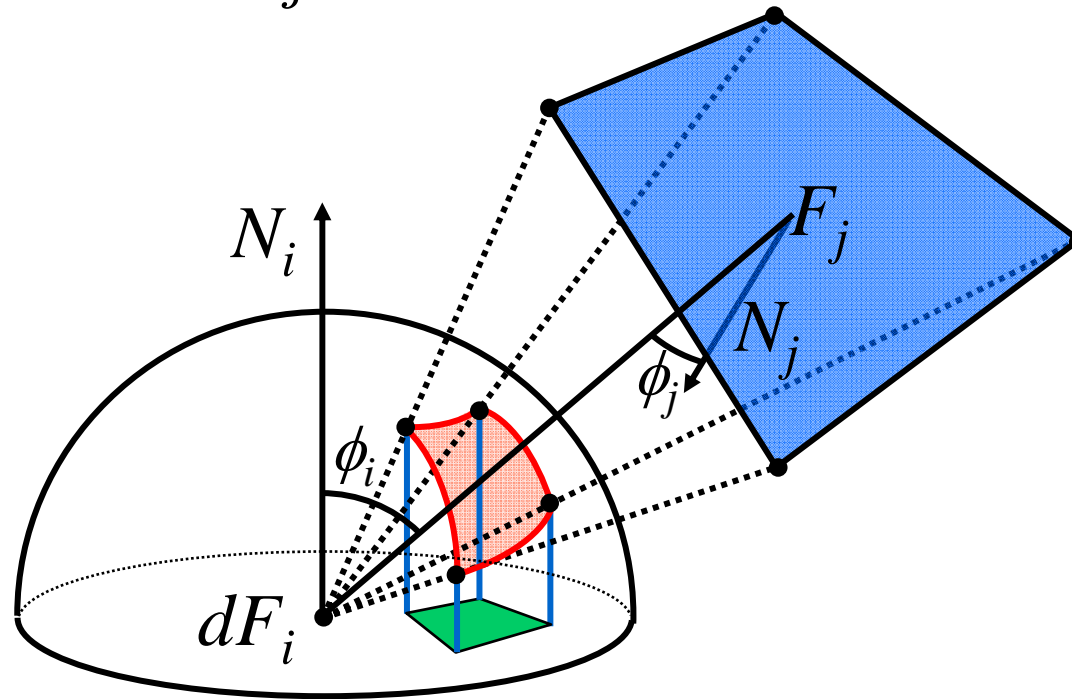
$$F_{di-dj} = \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij}$$

$$F_{di-j} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j$$

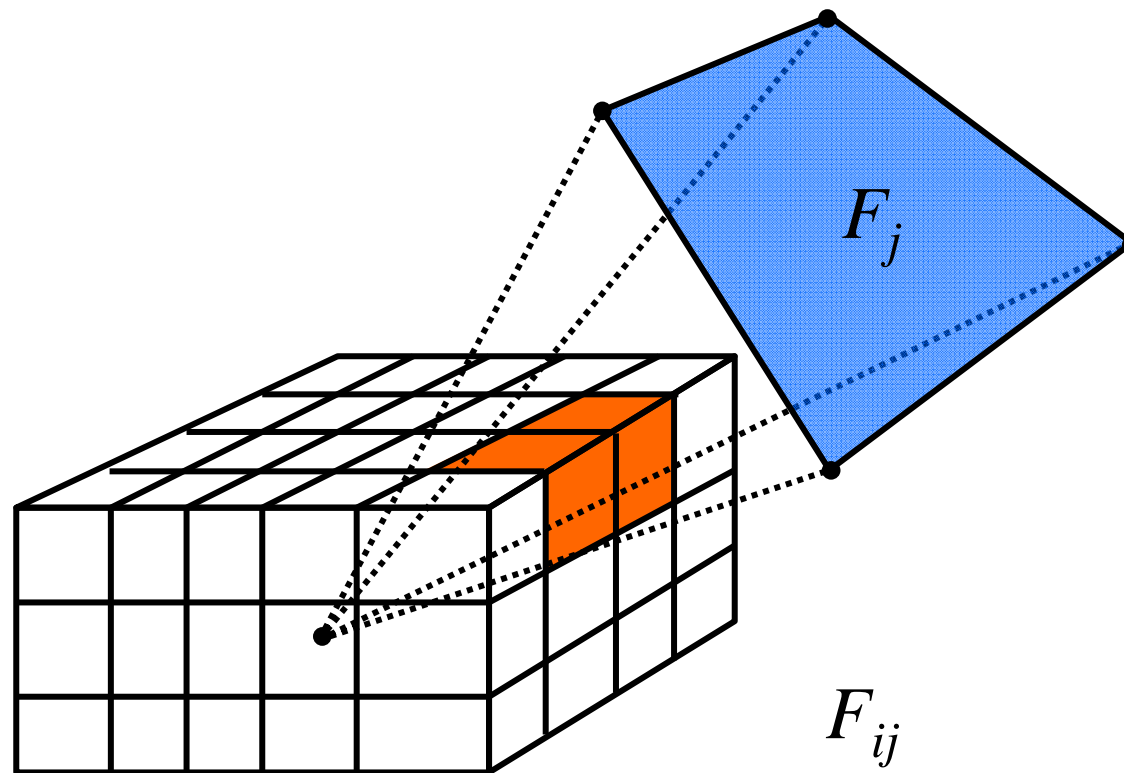
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{F_i} \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j dF_i$$

Geometrische Interpretation

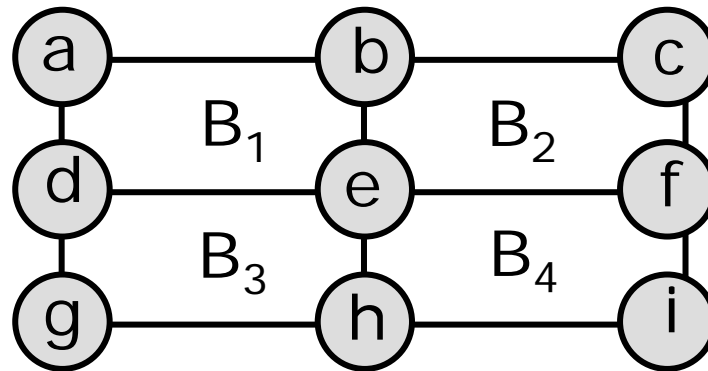
$$F_{di-j} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i) \cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij} dF_j$$



Näherungslösung [1985]



von der Fläche zum Eckpunkt



$$B(e) = (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)/4$$

$$B(a) = 2 \cdot B_1 - B(e)$$

$$B(c) = 2 \cdot B_2 - B(e)$$

$$B(g) = 2 \cdot B_3 - B(e)$$

$$B(i) = 2 \cdot B_4 - B(e)$$

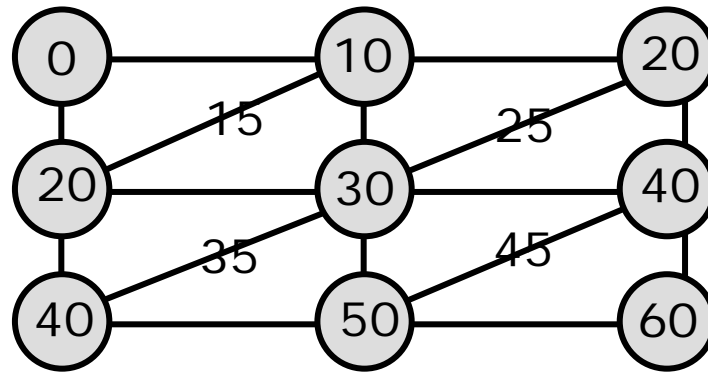
$$B(b) = (B(a) + B(c))/2$$

$$B(d) = (B(a) + B(g))/2$$

$$B(f) = (B(c) + B(i))/2$$

$$B(h) = (B(g) + B(i))/2$$

Rendern mit Radiosity



Radiosity für Patches berechnen

Radiosity für Eckpunkte interpolieren

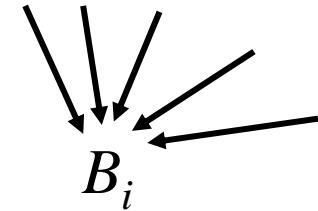
Triangulieren

Einfärben mit Interpolation

Sammeln und Verteilen

bisher: für Patch i die Strahlung einsammeln:

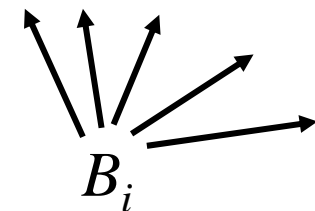
B_i updaten durch $\sum \rho_j B_j F_{ij}$ für alle j



jetzt: von Patch i die Strahlung verteilen:

Jedes B_j updaten durch $\rho_j B_i F_{ji}$

Jedes B_j updaten durch $\rho_j B_i F_{ij} A_i/A_j$



Progressive Refinement: Initialisierung

B_i momentane Strahlung für Patch i

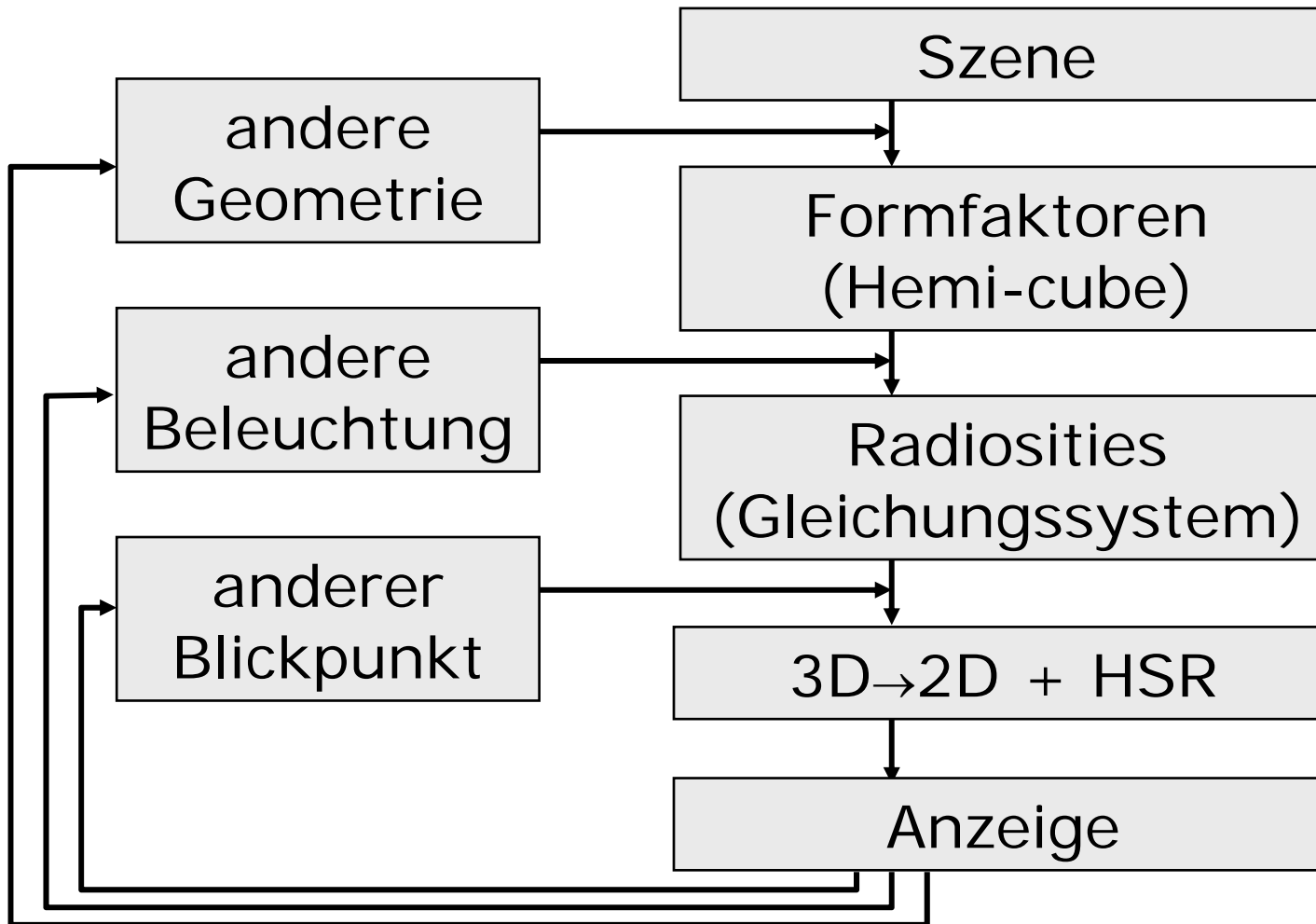
ΔB_i von Patch i noch nicht verteilte
Strahlung

```
for i=1 to n do {  
  if patch i ist Lichtquelle  
    then  $B_i := \Delta B_i := \text{Emissionswert}$   
    else  $B_i := \Delta B_i := 0$   
}
```

Progressive-Refinement: Schleife

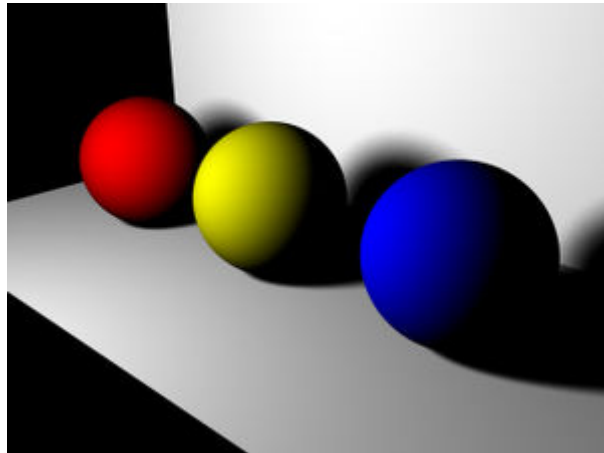
```
while noch nicht zufrieden do {  
  wähle Patch  $i$  mit maximalem  $\Delta B_i A_i$   
  berechne  $F_{ij}$  für alle  $j$   
  for  $j = 1$  to  $n$  do {  
     $\Delta R := \rho_j \cdot \Delta B_i \cdot F_{ij} \cdot A_i / A_j$   
     $\Delta B_j := \Delta B_j + \Delta R$   
     $B_j := B_j + \Delta R$   
  }  
   $\Delta B_i := 0$   
}
```

Radiosity-Verfahren

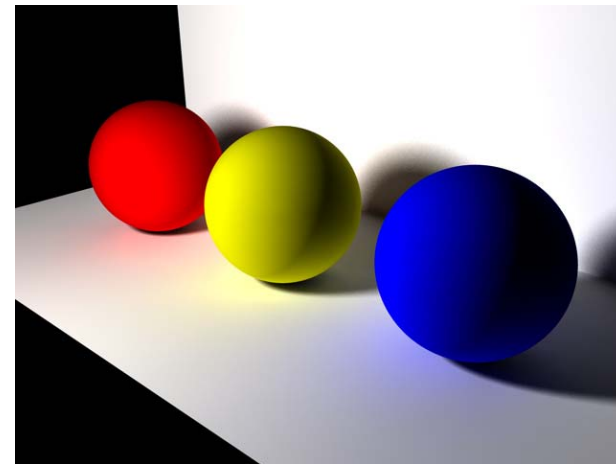


Vergleich

©Jakob Richter



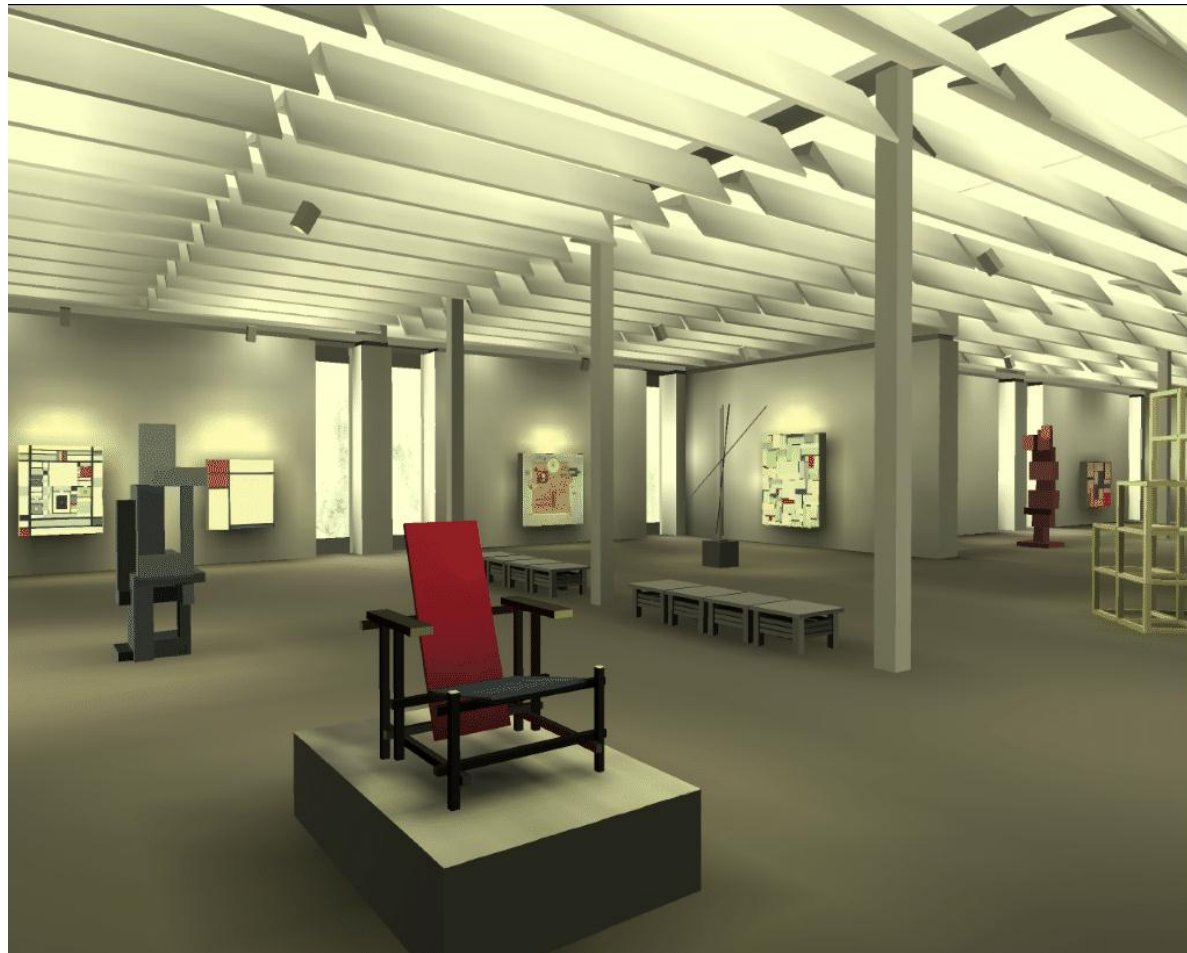
ohne



mit

Radiosity-Beispiel

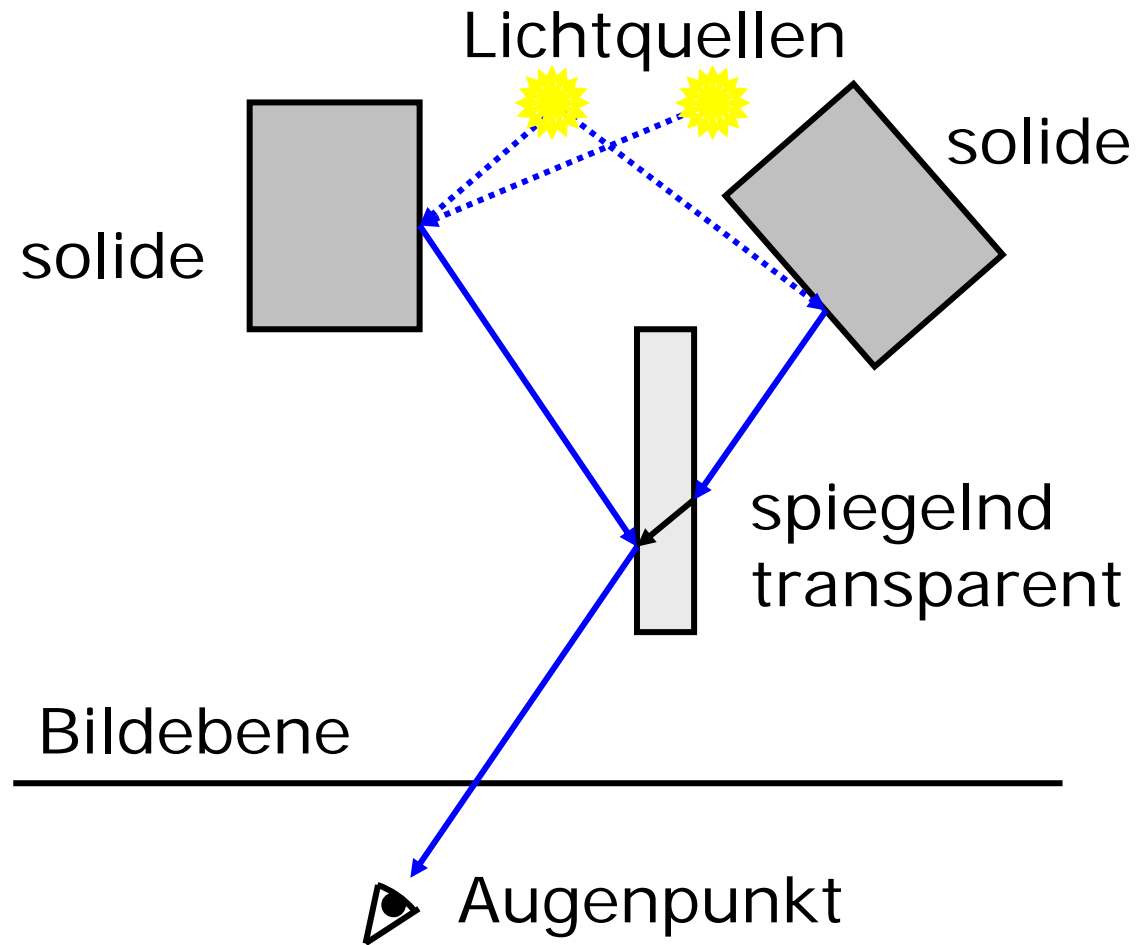
© Cornell University SIGGRAPH 1988



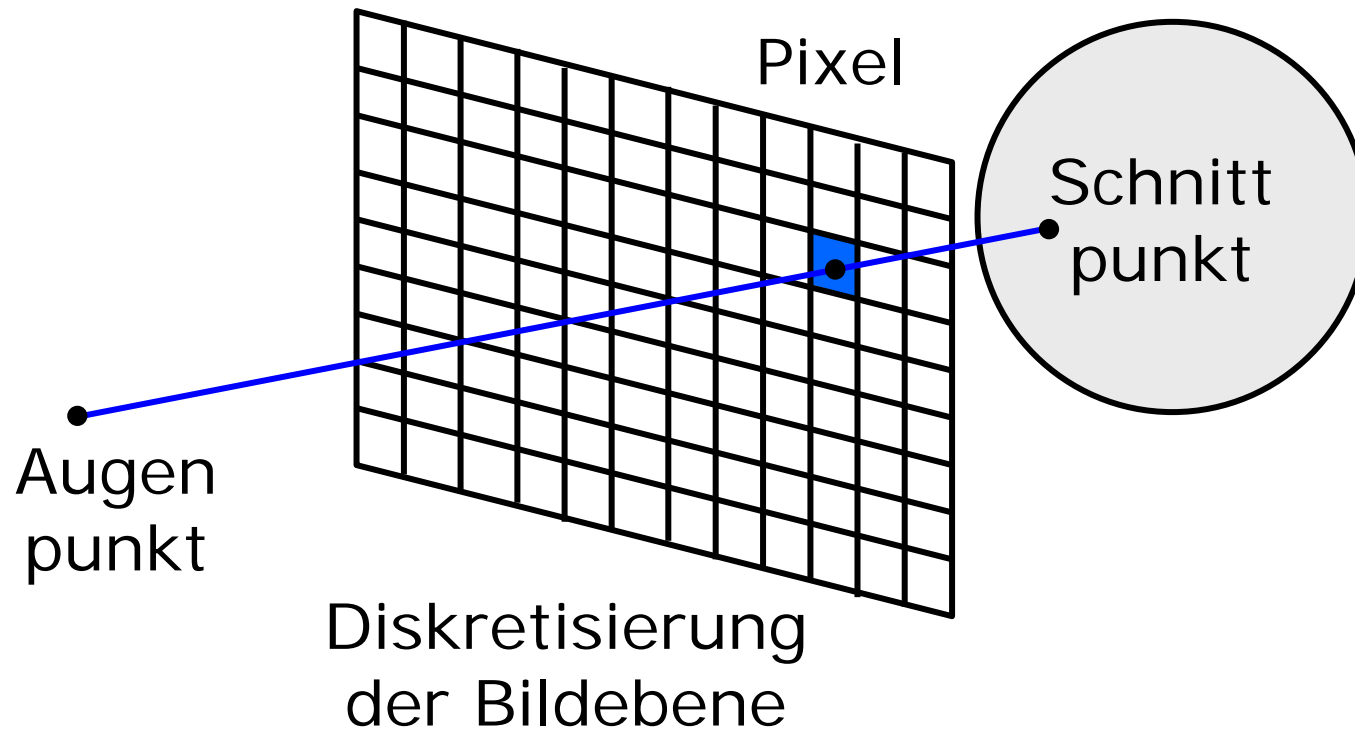


2007: David Barina, Kamil Dudka, Jakub Filák, Lukáš Hefka

Raytracing



Strahl vom Auge durch Bildebene

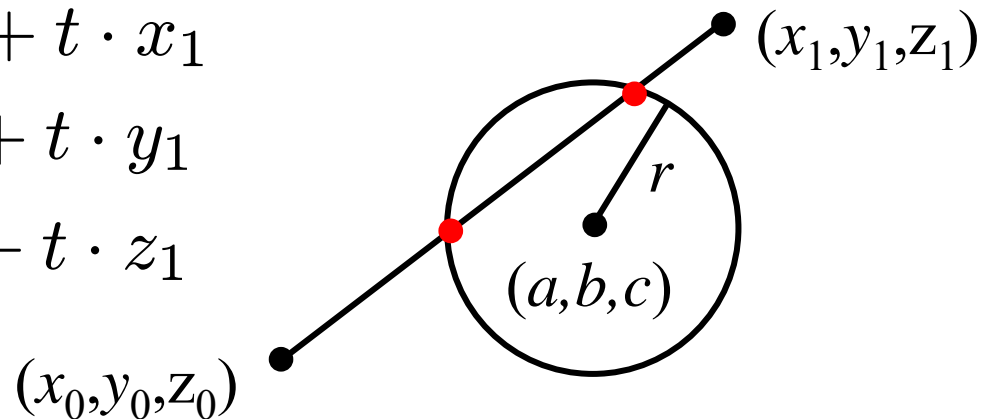


Beispiel: Kugel

$$x = (1 - t) \cdot x_0 + t \cdot x_1$$

$$y = (1 - t) \cdot y_0 + t \cdot y_1$$

$$z = (1 - t) \cdot z_0 + t \cdot z_1$$



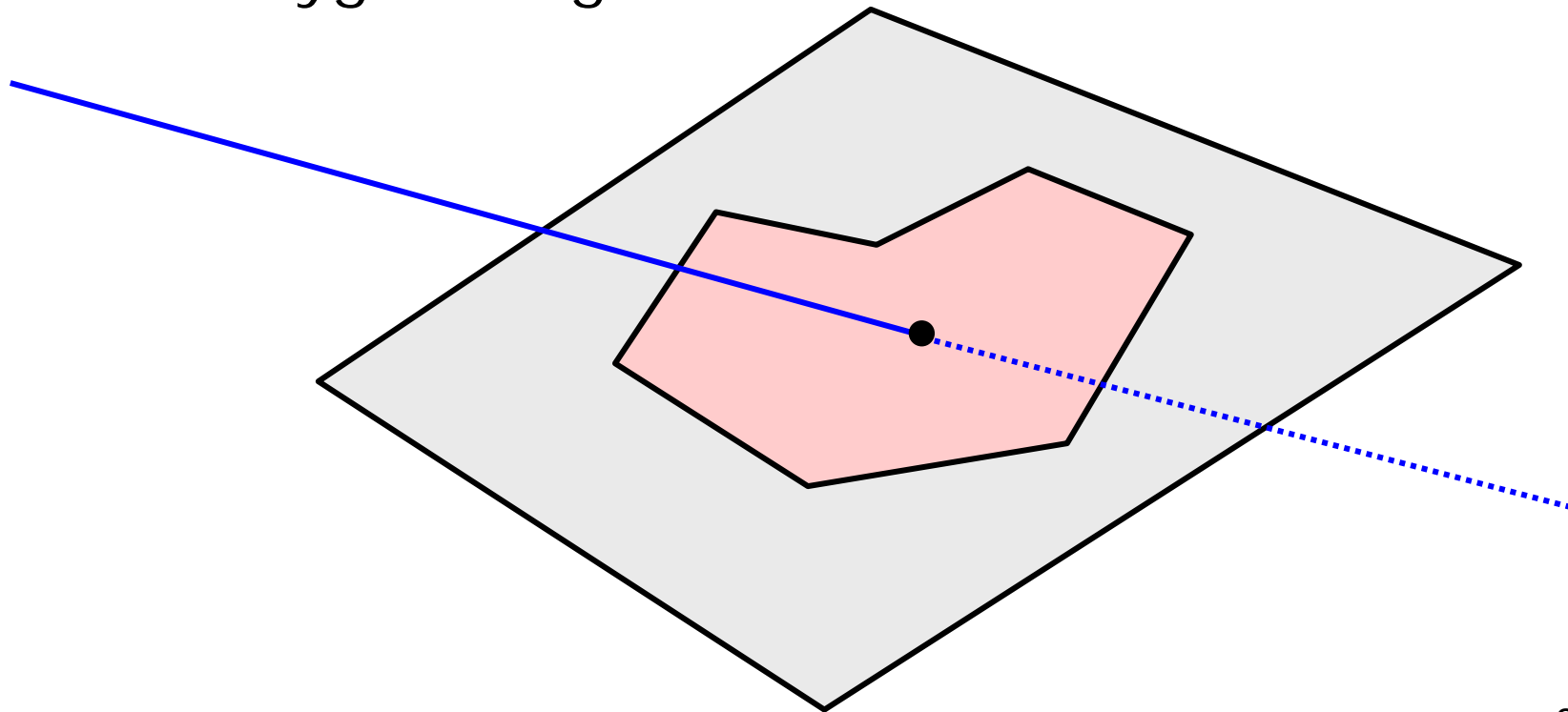
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

Einsetzen liefert quadratische Gleichung in t
ggf. 0, 1 oder 2 Schnittpunkte (x, y, z)

Normale $((x - a)/r, (y - b)/r, (z - c)/r)$

Beispiel: Polygon

- schneide Strahl mit Ebene des Polygons
- Prüfe, ob Schnittpunkt innerhalb des Polygons liegt



Raytracing (ohne Spiegelung)

```
Wähle Augenpunkt A und Bildebene B;  
für jedes Pixel P von B tue {  
  berechne Strahl R von A durch P;  
  nächstliegender Schnittpunkt  $S_0 = \infty$ ;  
  für jedes Objekt o der Szene tue {  
    S = Schnittpunkt von R mit o;  
    falls S näher als  $S_0$  {  
       $S_0 = S$ ;  
      färbe P ein unter Verwendung  
        der Normalen von o;  
    }  
  }  
}
```

Effizienzsteigerung

- Obacht:
100 Objekte bei 1024×768 verlangen
100.000.000 Schnittpunktberechnungen
- Schnittpunkte berechnen,
wenn Sehstrahl = z-Achse
- Begrenzungsvolumina einführen

Spiegelung und Brechung

$$\vec{N}' = \cos(\phi) \vec{N}$$

$$\vec{v} + \vec{s} = \vec{N}' \quad \vec{s} = \vec{N}' - \vec{v}$$

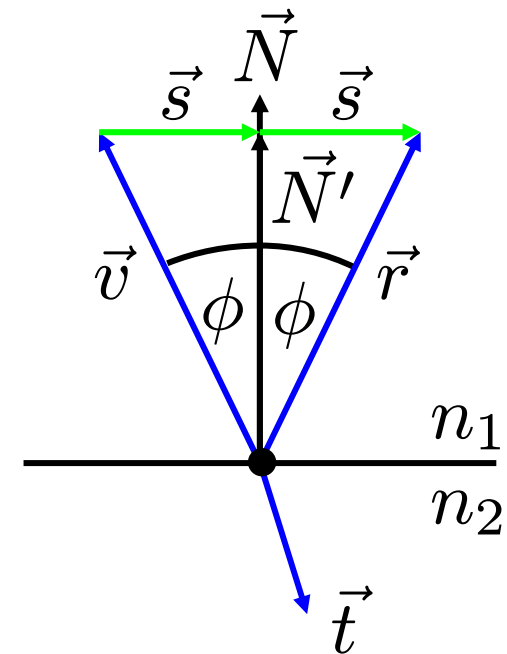
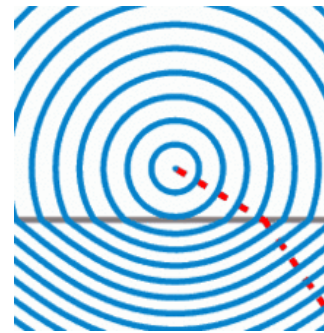
$$\vec{r} = \vec{v} + \vec{s} + \vec{s} = \vec{N}' + \vec{N}' - \vec{v}$$

$$\vec{r} = 2 \cos(\phi) \vec{N} - \vec{v}$$

$$\vec{r} = 2(\vec{N} \cdot \vec{v}) \vec{N} - \vec{v}$$

$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\vec{t} = [-\cos(\phi) - \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2(\phi)}] \vec{N} + \vec{v}$$



Gesamtberechnung

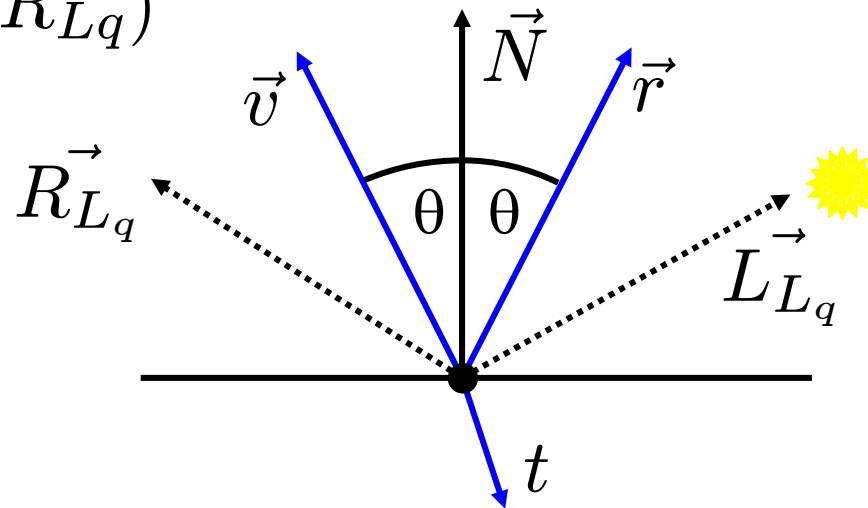
$$I = k_a I_a$$

$$+ k_d \sum_{Lq} I_{Lq} (\vec{N} \cdot \vec{L}_{Lq})$$

$$+ k_s \sum_{Lq} I_{Lq} (\vec{v} \cdot \vec{R}_{Lq})^c$$

$$+ k_s I_r$$

$$+ k_t I_t$$



Rekursives Raytracing

```
main () {  
    Wähle Augenpunkt A und Bildebene B;  
    für jedes Pixel P von B tue {  
        berechne Strahl v von A durch P;  
        färbe P mit RT_intersect(v, 1);  
    }  
}
```

RT_Intersect

```
Color RT_Intersect(Ray v, int depth){
    berechne den Schnittpunkt p von Strahl v
    zum nächstliegenden Objekt o;
    falls vorhanden {
        berechne Normale N im Schnittpunkt p;
        return RT_Shade(o,v,p,N,depth);
    } else {
        return HINTERGRUND_FARBE;
    }
}
```

RT_shade

```
Color RT_Shade (Object o, Ray v, Point P, Normal N, int depth){

    Color C = ambientes Licht;
    für jede nicht geblockte Lichtquelle tue {
        C = C + diffuses Licht in P;
        C = C + spekulares Licht in P;
    }

    if (depth < MAX) {
        if (o reflektiert) {
            R = Strahl in Reflektionsrichtung;
            RC = RT_intersect(R, depth+1);
            C = C + RC * o.ks;
        }

        if (o ist transparent){
            T = Strahl in Brechungsrichtung;
            TC = RT_intersect(T, depth+1);
            C = C + TC * o.kt;
        }
    }
    return C;
}
```

Persistence of Vision Ray Tracer



www.povray.org

[scene.pov](#)

Povray 3.7

[Hall of Fame](#)