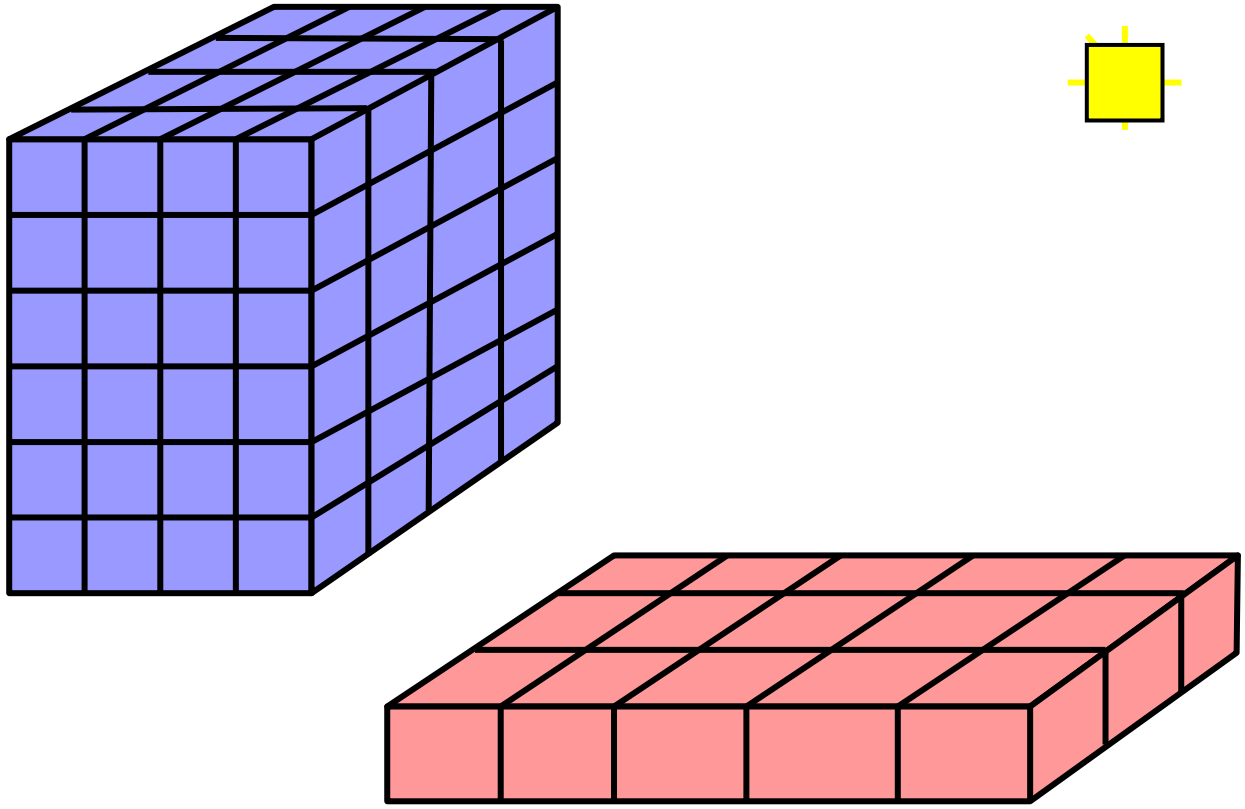
Computergrafik SS 2016

Oliver Vornberger

Kapitel 20:
Globale Beleuchtung

Radiosity



Radiosity-Gleichung

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^{n} B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

B_i Radiosity (Energie pro Fläche, pro Zeit)

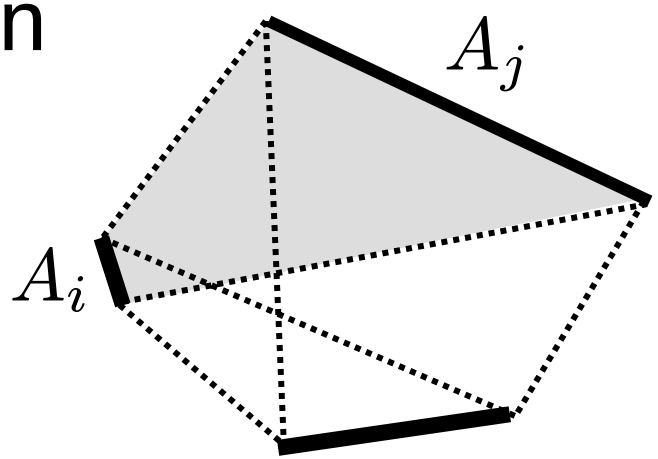
A_i Größe von Fläche i

E_i Eigenstrahlung (pro Fläche, pro Zeit)

ρ_i Reflektionsvermögen von Fläche i

F_{ji} Anteil der von j nach i abgegebenen Rate
= Formfaktior

Formfaktoren



$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$$

$$F_{ij} = \frac{A_j}{A_i} \cdot F_{ji}$$

$$B_i \cdot A_i = E_i \cdot A_i + \rho_i \sum_{j=1}^{n} B_j \cdot F_{ji} \cdot A_j$$

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{n} B_j \cdot F_{ij}$$

$$B_i - \rho_i \sum_{j=1}^{n} B_j \cdot F_{ij} = E_i$$

Gleichungssystem

$$B_i - \rho_i \sum_{1 \le j \le n} B_j \cdot F_{ij} = E_i$$

$$B_1 - \rho_1 B_1 F_{11} - \rho_1 B_2 F_{12} - \rho_1 B_3 F_{13} \ ... = E_1$$

$$B_1(1 - \rho_1 F_{11}) - B_2 \rho_1 F_{12} - B_3 \rho_1 F_{13} \ ... = E_1$$

$$\begin{pmatrix} 1-\rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1-\rho_2 F_{22} & \dots & -\rho_2 F_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \dots & 1-\rho_n F_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{pmatrix}$$

n^2 Formfaktoren !

$$Ax = b$$

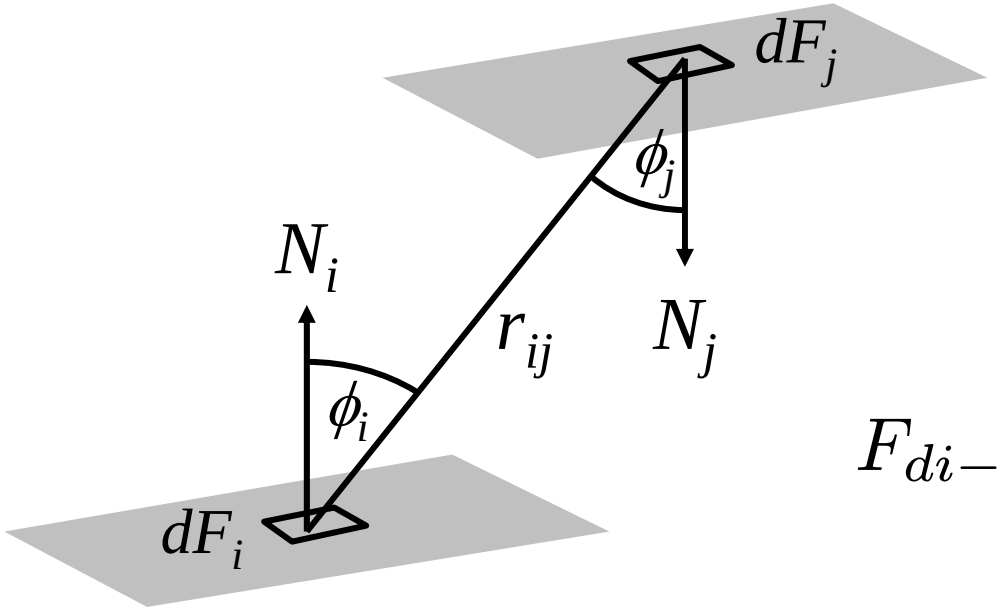
Gauß-Seidel

$$Ax = b \quad \text{i-te Zeile:} \quad \sum_{j=1}^{n} A[i,j]x[j] = b[i]$$

$$x[i] = \frac{1}{A[i,i]} \left(b[i] - \sum_{j \neq i} A[i,j]x[j] \right)$$

$$x_k[i] = \frac{1}{A[i,i]} \left(b[i] - \sum_{j=1}^{i-1} x_k[j]A[i,j] - \sum_{j=i+1}^{n} x_{k-1}[j]A[i,j] \right)$$

Formfaktoren [Cornell, 1984]



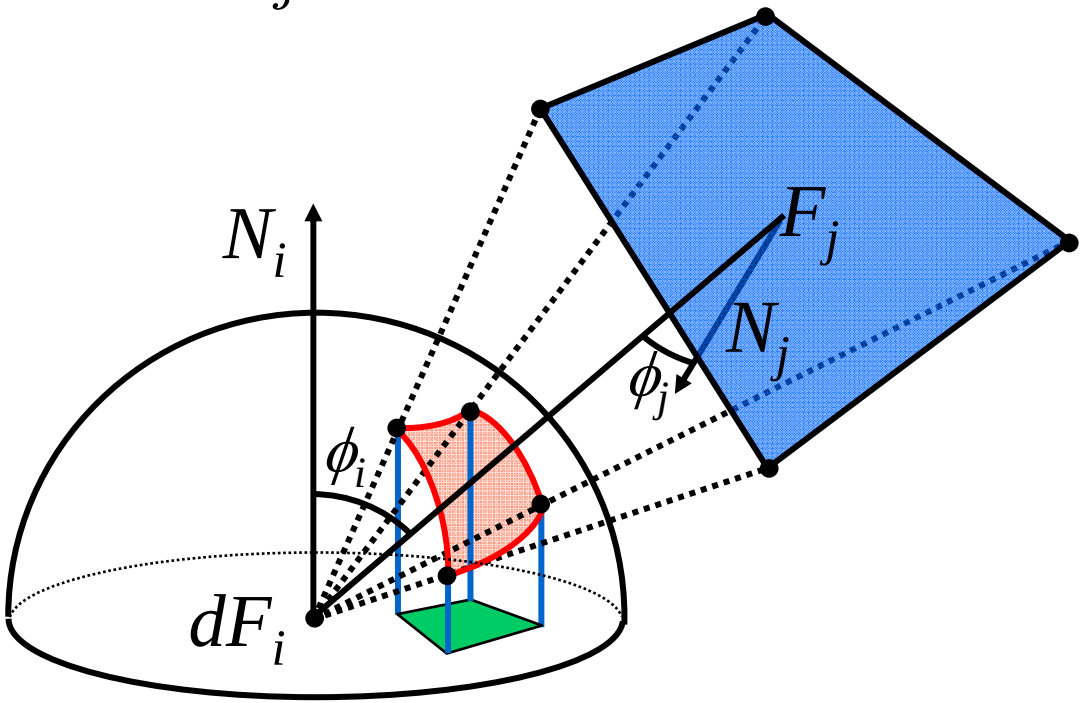
$$F_{di-dj} = \frac{\cos(\phi_i)\cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij}$$

$$F_{di-j} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i)\cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij}\ dF_j$$

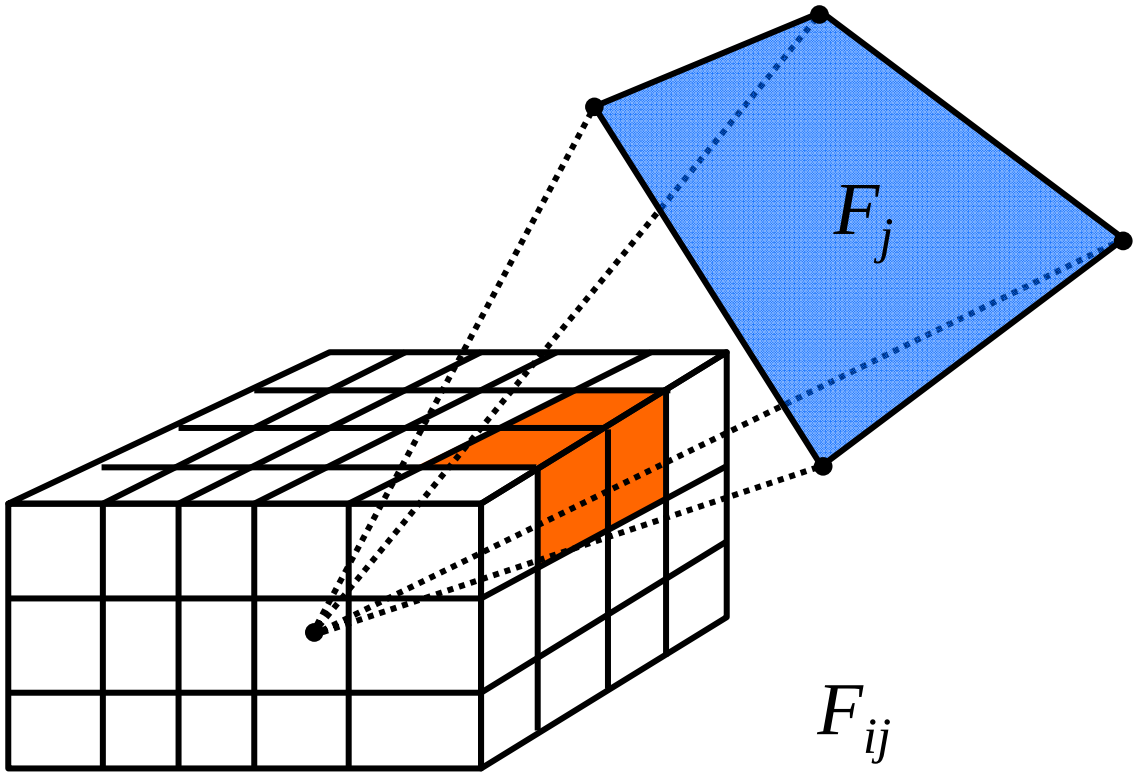
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{F_i} \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i)\cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2} b_{ij}\ dF_j\ dF_i$$

Geometrische Interpretation

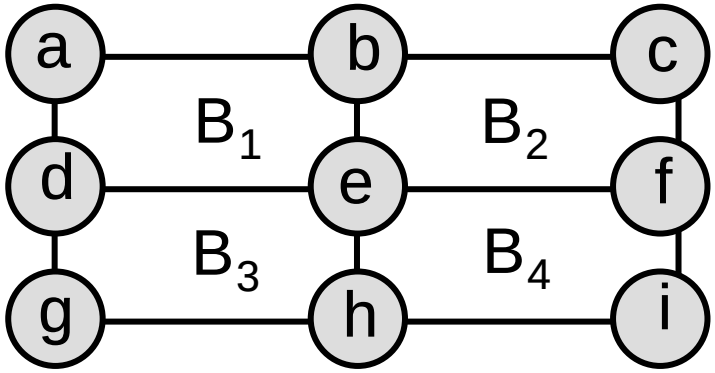
$$F_{di-j} = \int_{F_j} \frac{\cos(\phi_i)\cos(\phi_j)}{\pi r_{ij}^2}\, b_{ij}\; dF_j$$



Näherungslösung [1985]



von der Fläche zum Eckpunkt



$$B(e) = (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)/4$$

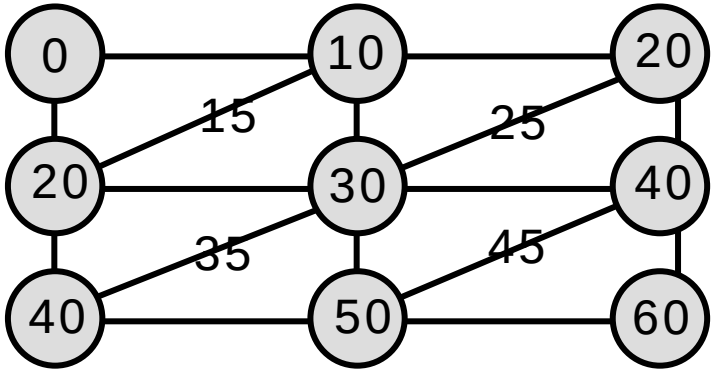
$$B(a) = 2 \cdot B_1 - B(e) \qquad B(c) = 2 \cdot B_2 - B(e)$$

$$B(g) = 2 \cdot B_3 - B(e) \qquad B(i) = 2 \cdot B_4 - B(e)$$

$$B(b) = (B(a) + B(c))/2 \qquad B(d) = (B(a) + B(g))/2$$

$$B(f) = (B(c) + B(i))/2 \qquad B(h) = (B(g) + B(i))/2$$

Rendern mit Radiosity



Radiosity für Patches berechnen

Radiosity für Eckpunkte interpolieren

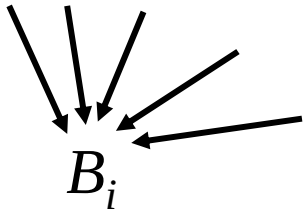
Triangulieren

Einfärben mit Interpolation

Sammeln und Verteilen

bisher: für Patch i die Strahlung einsammeln:

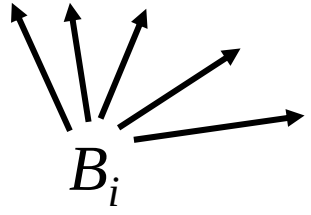
B_i updaten durch $\sum \rho_i B_j F_{ij}$ für alle j



jetzt: von Patch i die Strahlung verteilen:

Jedes B_j updaten durch $\rho_j B_i F_{ji}$

Jedes B_j updaten durch $\rho_j B_i F_{ij} A_i/A_j$



Progressive Refinement: Initialisierung

B_i momentane Strahlung für Patch i

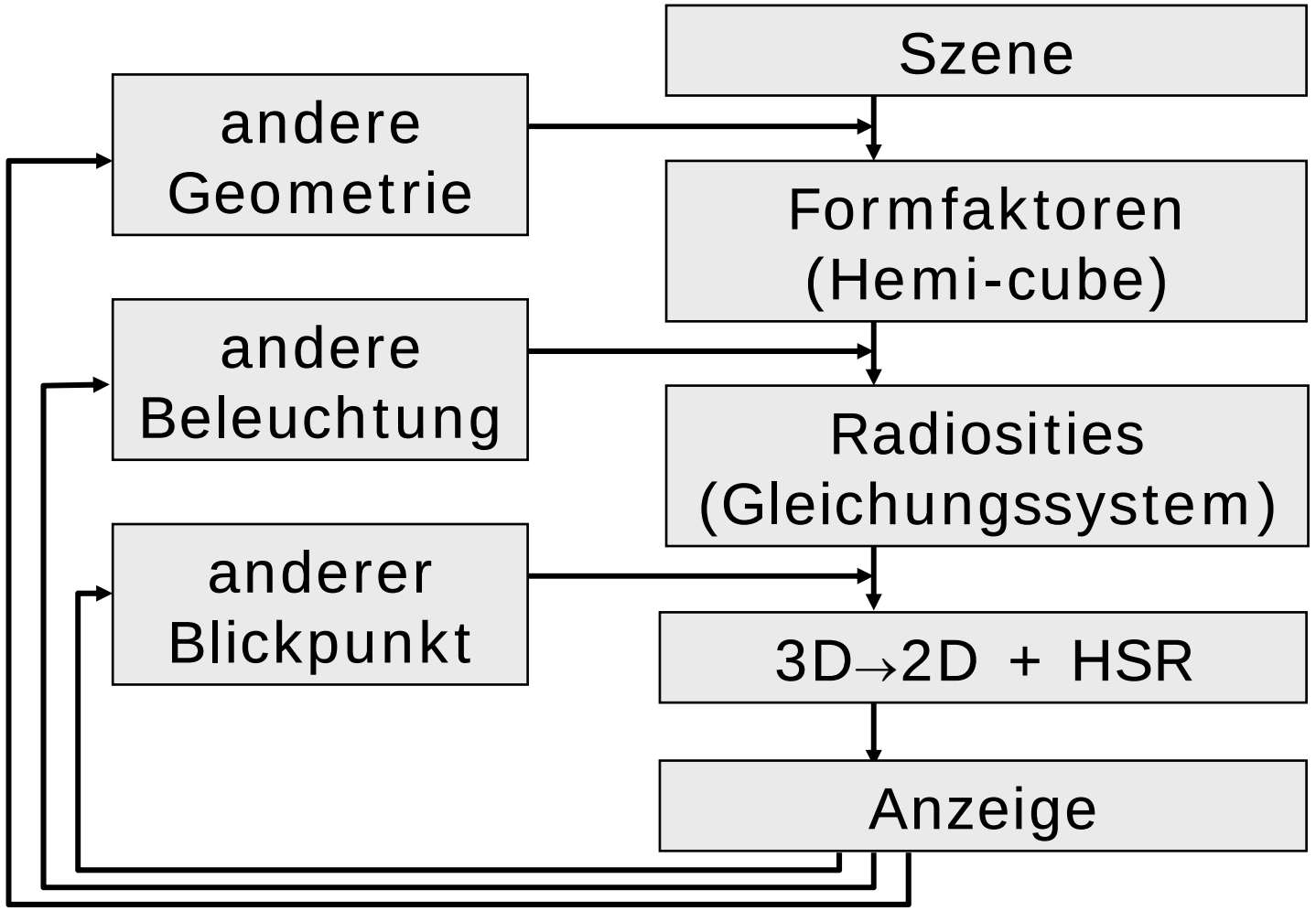
ΔB_i von Patch i noch nicht verteilte Strahlung

```
for i=1 to n do {
  if patch i ist Lichtquelle
     then B_i := ΔB_i := Emissionswert
     else B_i := ΔB_i := 0
}
```

Progressive-Refinement: Schleife

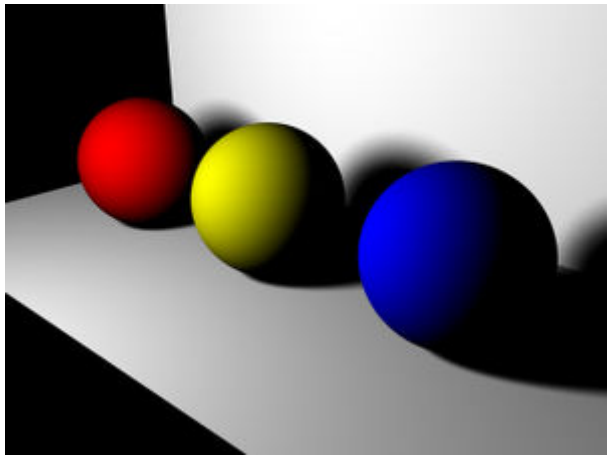
```
while noch nicht zufrieden do {
     wähle Patch i mit maximalem ΔBiAi
     berechne Fij für alle j
     for j = 1 to n do {
          ΔR  := ρj · ΔBi · Fij · Ai/Aj
          ΔBj := ΔBj + ΔR
          Bj  := Bj + ΔR
     }
     ΔBi := 0
}
```

Radiosity-Verfahren

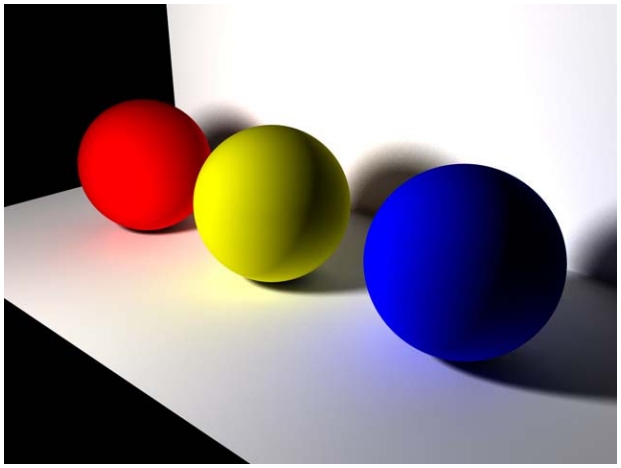


Vergleich

©Jakob Richter



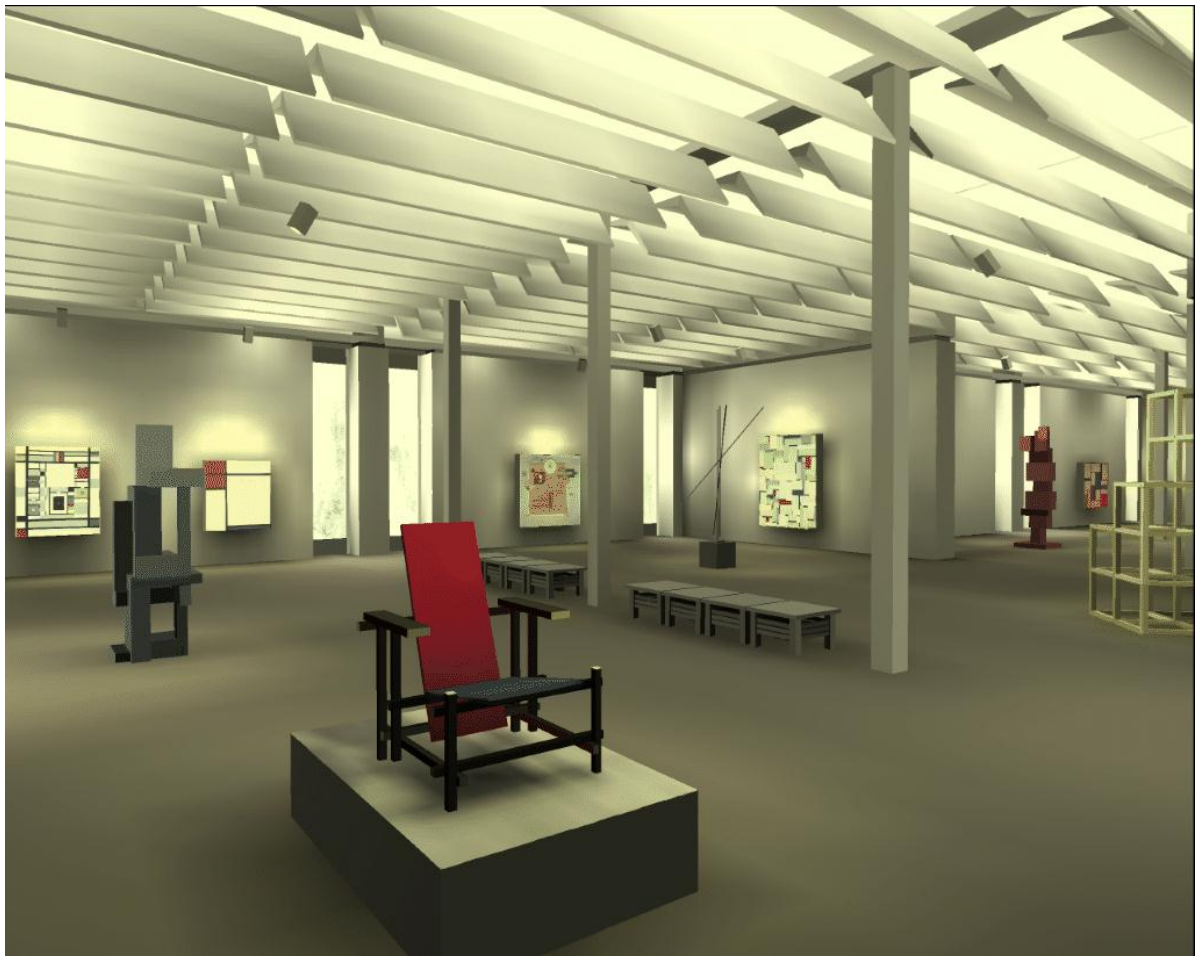
ohne



mit

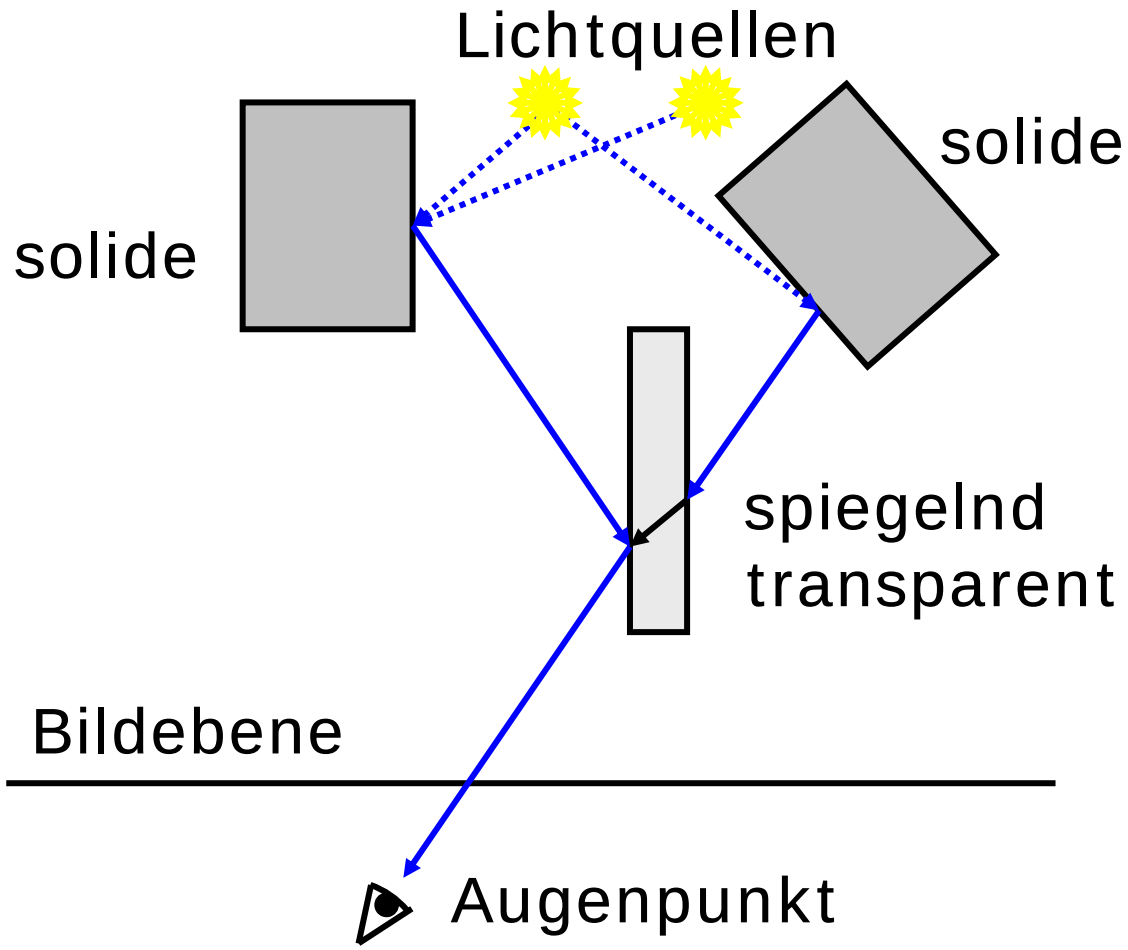
Radiosity-Beispiel

© Cornell University SIGGRAPH 1988

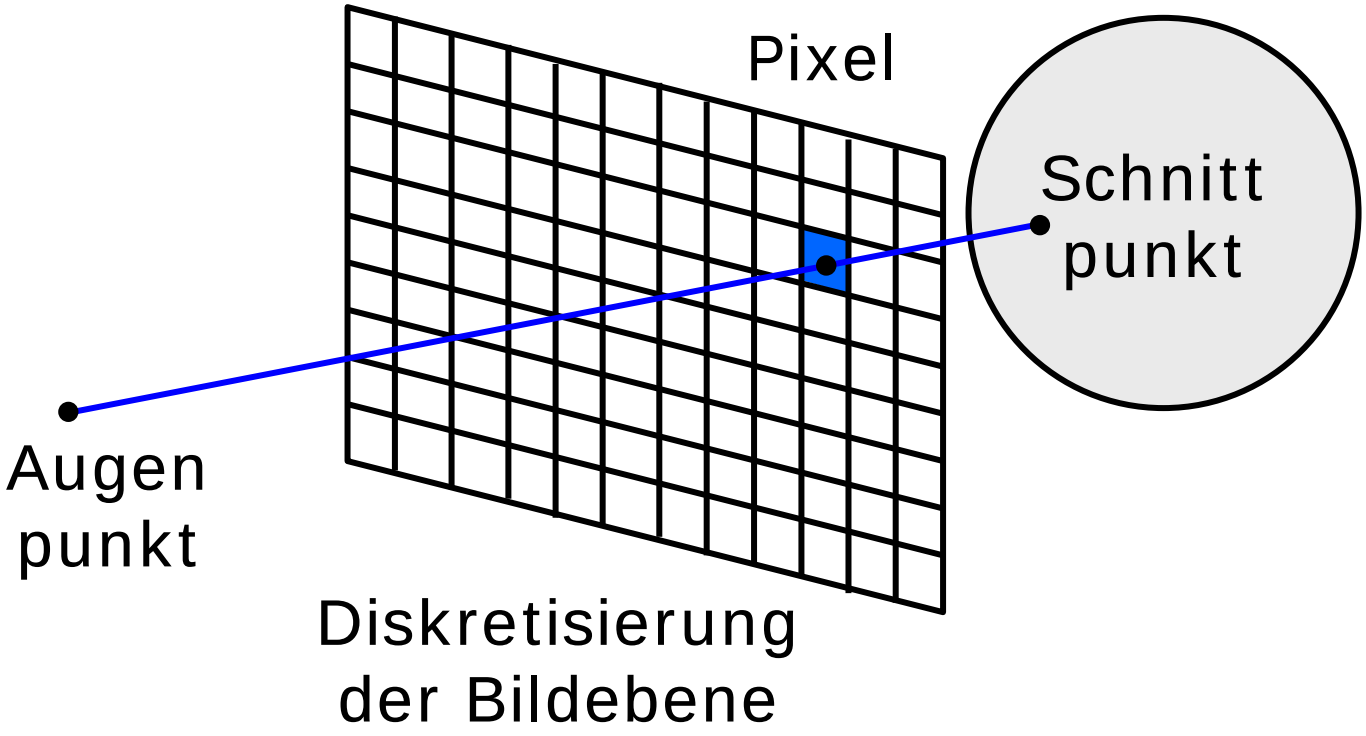


2007: David Barina, Kamil Dudka, Jakub Filák, Lukáš Hefka

Raytracing

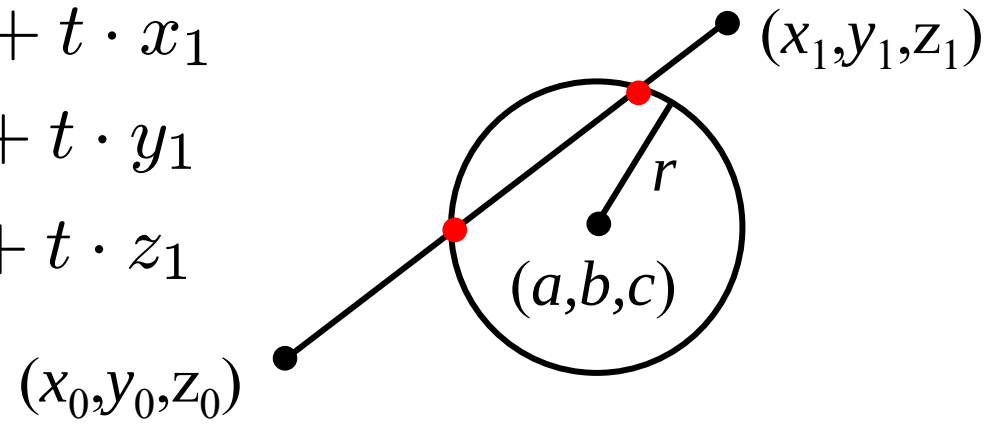

Lichtquellen
solide
solide
spiegelnd
transparent
Bildebene
Augenpunkt

Strahl vom Auge durch Bildebene



Beispiel: Kugel

$$x = (1-t)\cdot x_0 + t\cdot x_1$$
$$y = (1-t)\cdot y_0 + t\cdot y_1$$
$$z = (1-t)\cdot z_0 + t\cdot z_1$$



$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$

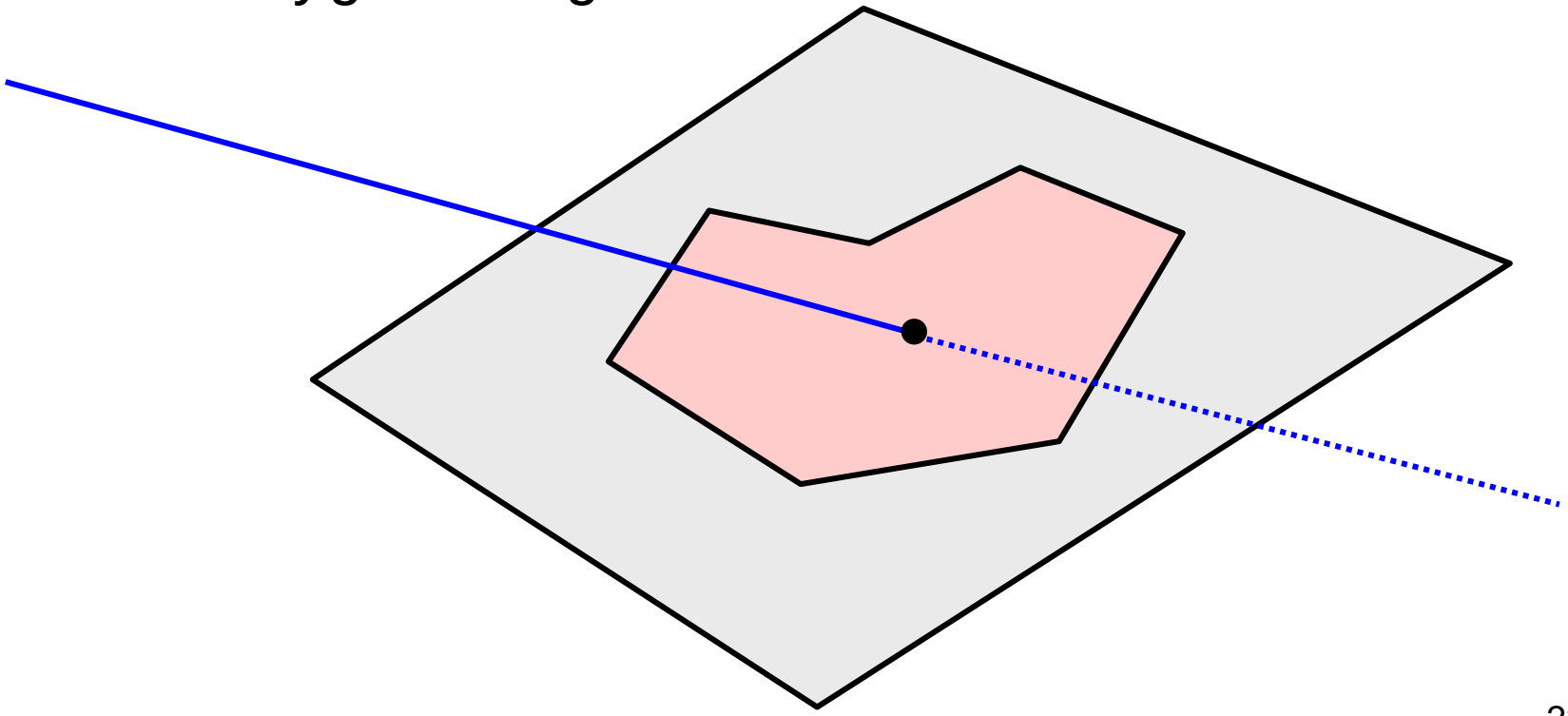
Einsetzen liefert quadratische Gleichung in t

ggf. 0, 1 oder 2 Schnittpunkte (x,y,z)

Normale $((x-a)/r, (y-b)/r, (z-c)/r)$

Beispiel: Polygon

- schneide Strahl mit Ebene des Polygons
- Prüfe, ob Schnittpunkt innerhalb des Polygons liegt



Raytracing (ohne Spiegelung)

```
Wähle Augenpunkt A und Bildebene B;
für jedes Pixel P von B tue {
  berechne Strahl R von A durch P;
  nächstliegender Schnittpunkt S0 = ∞;
  für jedes Objekt o der Szene tue {
    S = Schnittpunkt von R mit o;
    falls S näher als S0 {
      S0 = S;
      färbe P ein unter Verwendung
                  der Normalen von o;
    }
  }
}
```

Effizienzsteigerung

- Obacht:
  100 Objekte bei 1024 $\times$ 768 verlangen
  100.000.000 Schnittpunkberechnungen

- Schnittpunkte berechnen,
  wenn Sehstrahl = z-Achse

- Begrenzungsvolumina einführen

Spiegelung und Brechung

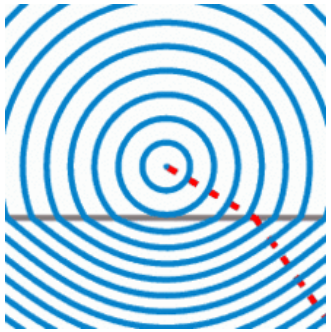
$$\vec{N}' = \cos(\phi)\vec{N}$$

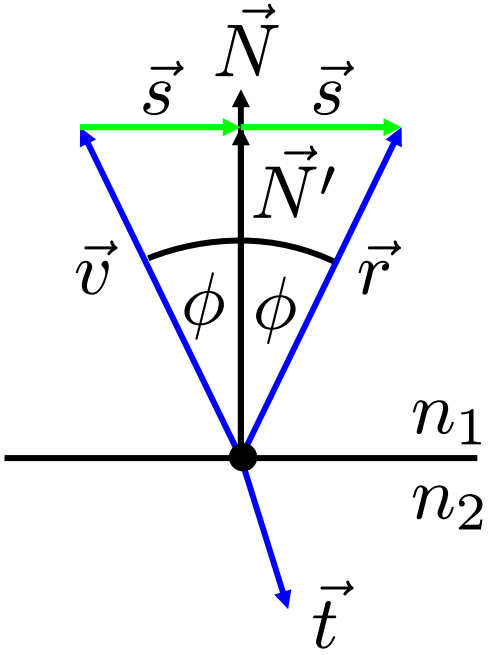
$$\vec{v} + \vec{s} = \vec{N}' \qquad \vec{s} = \vec{N}' - \vec{v}$$

$$\vec{r} = \vec{v} + \vec{s} + \vec{s} \qquad = \vec{N}' + \vec{N}' - \vec{v}$$

$$\vec{r} = 2\cos(\phi)\vec{N} - \vec{v}$$

$$\vec{r} = 2(\vec{N} \cdot \vec{v})\vec{N} - \vec{v}$$





$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\vec{t} = [-\cos(\phi) - \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2(\phi)}]\vec{N} + \vec{v}$$

Gesamtberechnung

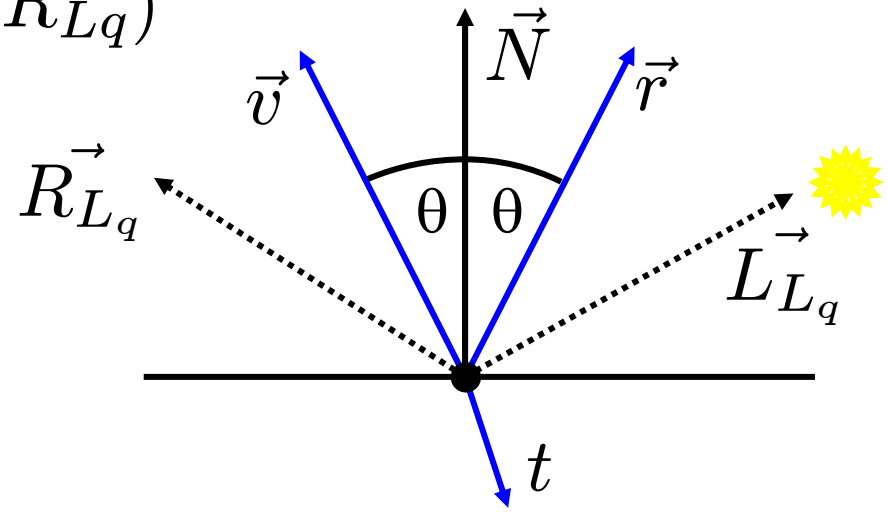
$$I = k_a I_a$$

$$+ k_d \sum_{Lq} I_{Lq} (\vec{N} \cdot \vec{L_{Lq}})$$

$$+ k_s \sum_{Lq} I_{Lq} (\vec{v} \cdot \vec{R_{Lq}})^c$$

$$+ k_s I_r$$

$$+ k_t I_t$$



Rekursives Raytracing

```
main (){
  Wähle Augenpunkt A und Bildebene B;
  für jedes Pixel P von B tue {
    berechne Strahl v von A durch P;
    färbe P mit RT_intersect(v, 1);
  }
}
```

RT_Intersect

```
Color RT_Intersect(Ray v, int depth){
  berechne den Schnittpunkt p von Strahl v
  zum nächstliegenden Objekt o;
  falls vorhanden {
    berechne Normale N im Schnittpunkt p;
    return RT_Shade(o,v,p,N,depth);
  } else {
    return HINTERGRUND_FARBE;
  }
}
```

RT_shade

```
Color RT_Shade (Object o, Ray v, Point P, Normal N, int depth){

  Color C = ambientes Licht;
  für jede nicht geblockte Lichtquelle tue {
    C = C + diffuses Licht in P;
    C = C + spekulares Licht in P;
  }

  if (depth < MAX) {
    if (o reflektiert) {
      R = Strahl in Reflektionsrichtung;
      RC = RT_intersect(R, depth+1);
      C = C + RC * o.k_s;
    }

    if (o ist transparent){
      T = Strahl in Brechungsrichtung;
      TC = RT_intersect(T, depth+1);
      C = C + TC * o.k_t;
    }
  }
  return C;
}
```

Persistence of Vision Ray Tracer

www.povray.org

scene.pov

Povray 3.7

Hall of Fame