

---

# Laborversuche zur Physik I

---

## Versuch I-02: Trägheitsmomente

Versuchsleiter: Podlozhenov  
Autoren: Kai Dinges  
Michael Beer  
Gruppe: 15  
Versuchsdatum: 28. November 2005

## Inhaltsverzeichnis

<b>2 Aufgaben und Hinweise</b>	<b>2</b>
2.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße einer Drillachse . . . . .	3
2.1.1 Statisches Verfahren . . . . .	3
2.1.2 Dynamisches Verfahren . . . . .	4
2.2 Bestimmung der Trägheitsmomente verschiedener Körper . . . . .	6
2.2.1 Kugel, Scheibe . . . . .	6
2.2.2 Zylinder . . . . .	6
2.2.3 Drehtisch, Steinerscher Satz . . . . .	6
2.3 Berechnung von Trägheitsmomenten . . . . .	6
2.3.1 Charakterisierung der Probekörper . . . . .	6
2.3.2 Berechnete Trägheitsmomente der Probekörper . . . . .	6
2.4 Reversionspendel . . . . .	7

## 2 Aufgaben und Hinweise

In dieser Versuchreihe sollten Trägheitsmomente und ihr Einfluss auf Drehbewegungen untersucht werden. Dazu werden zunächst einige theoretische Fragen beantwortet. Bei Drehschwingungen besteht der Zusammenhang zwischen Schwingungsdauer und Trägheitsmoment, dass das Quadrat der Schwingdauer proportional zum Trägheitsmoment des schwingenden Körpers ist. Formelmäßig exakt stellt sich dies als

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D_\Phi}} \quad (1)$$

mit  $D_\Phi$  als die Winkelrichtgröße dar. Trägheitsmomente sind definiert als das Integral des Abstandsquadrats über die Masse des Körpers, wobei der Abstand als Abstand von der Drehachse anzunehmen ist. Als Formel erscheint dieses Gesetz als

$$I = \int r^2 dm \quad (2)$$

mit  $r$  als der Abstand von der Drehachse. Wenn man das Trägheitsmoment eines Körpers bezüglich einer Drehachse bereits besitzt, so kann man aus diesem unter gewissen Umständen auch das entsprechende Drehmoment bei verschobener Drehachse errechnen. Das notwendige Hilfsmittel dazu liegt im Steinerschen Satz, welcher besagt, dass das Drehmoment um eine Achse A eines Körpers, verschiebt man die Drehachse um  $s$ , dergestalt ändert, dass man zum bekannten Drehmoment einfach das Korrekturmoment  $I_S = ms^2$  addiert, mit  $m$  als die Gesamtmasse des betrachteten Körpers. Formelhaft formuliert lautet der Satz also

$$I_S = I_A + ms^2 \quad (3)$$

mit  $s$  als den Abstand der Drehachse A von Drehachse S. Zubeachten ist, dass dieser Satz nur bei parallelen Drehachsen anzuwenden ist. Beim Reversionspendel spielt das Trägheitsmoment insofern eine Rolle als es als ein physikalisches Pendel eine Schwingungsdauer besitzt, welche proportional zur Quadratwurzel des Trägheitsmoment ist.

## 2.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße einer Drillachse

Beim experimentellen Teil war zunächst die Winkelrichtgröße zu bestimmen.

### 2.1.1 Statisches Verfahren

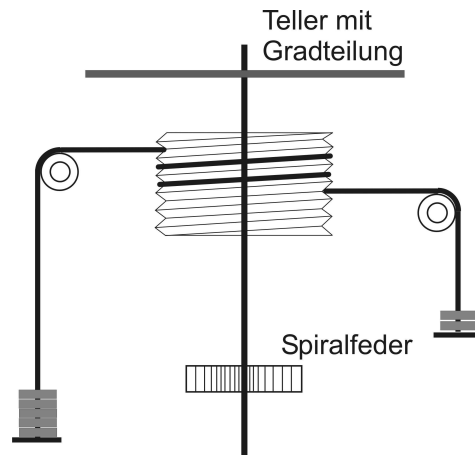


Abbildung 1: Aufbau zum statischen Messen von  $D$

Bei diesem Verfahren wird die Winkelrichtgröße statisch bestimmt. Dies heißt, dass man eine Spiralfeder betrachtet, welche durch ein gewisses Drehmoment ausgelenkt wird. Dieses Drehmoment wird dabei von einer Masse hervorgerufen, welche durch die Schwerkraft gezogen wird. Die Kraftumlenkung bzw. Übertragung wird eine Schnur verwendet, welche entsprechend Abbildung 1 über eine Rolle zur Feder führt. Dabei ist die Winkelrichtgröße wie folgt abhängig von jenem so hervorgerufenen Drehmoment:

$$M = -D\phi \quad (4)$$

Hierbei stellt  $M$  das Drehmoment,  $D$  die Winkelrichtgröße und  $\phi$  den Winkel, um welchen die Spiralfeder ausgelenkt wird. Durch Messen des Winkels  $\phi$  lässt sich also gemäß Formel 5 bestimmen.

$$D = \frac{M}{\phi}$$

Die das Drehmoment hervorrufende Kraft ist mit  $F = mg$ , das Drehmoment mit  $M = Fr$  gegeben, wobei  $r$  der Abstand des Angriffspunktes der Kraft von der Federdrillachse ist. Es ergibt sich also

$$D = \frac{mgr}{\phi} \quad (5)$$

Der maximale Fehler ergibt sich über

$$\begin{aligned}
\Delta D &= \left| \frac{\partial D}{\partial m} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial D}{\partial \phi} \right| \Delta \phi + \left| \frac{\partial D}{\partial r} \right| \Delta r \\
\Delta D &= \left| \frac{gr}{\phi} \right| \Delta m + \left| \frac{mgr}{\phi^2} \right| \Delta \phi + \left| \frac{mg}{\phi} \right| \Delta r
\end{aligned} \tag{6}$$

Zur Auslenkungsmessung befand sich an der Achse, um welche die Feder gedreht wurde, eine Scheibe mit Gradskala, welche mitgedreht also einfach den Auslenkwinkel lieferte. Die gemessenen Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Bei den Werten ist zu erkennen, dass der Größtfehler bei kleineren Auslenkungen so groß ist, dass die zugehörigen Werte von  $D$  unbrauchbar sind. Es wurden daher bei der Ermittlung der Mittelwerte nur die Werte ab einer Auslenkung von  $70^\circ$  bei den positiven und  $50^\circ$  genutzt. Dass besonders die kleinen Auslenkungen so ungenaue Werte erzeugen, liegt vermutlich darin, dass bei kleinen Winkeln die Messungenauigkeit beim Winkelmessen besonders stark zum Tragen kommt. Dennoch stimmt unser Ergebnis für die Winkelrichtgröße bei der positiven Auslenkung  $D = (2,54 \pm 0,19) * 10^{-2} \frac{Nm}{Rad}$  mit dem Ergebnis der negativen Auslenkung  $D = (2,54 \pm 0,08) * 10^{-2} \frac{Nm}{Rad}$  gut überein. Im beiliegenden Diagramm ist die auslenkende Kraft über dem Auslenkwinkel angetragen. Die Steigung der sich ergebenden Kurve entspricht  $D$ . Der so ermittelte Wert stimmt im Groben mit dem rechnerisch gefundenen Wert überein.

### 2.1.2 Dynamisches Verfahren

Beim dynamischen Verfahren wird die Beziehung 7 ausgenutzt.

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{D} \tag{7}$$

Dabei ist  $T$  die Schwingungsdauer, die die Feder zeigt, lenkt man sie um kleine Winkel aus und lässt sie dann frei schwingen.  $I$  ist dabei das Trägheitsmoment des schwingenden Systems. Um  $D$  berechnen zu können, muss dieses Trägheitsmoment variiert werden, was durch die Aufbringung eines zusätzlichen Körpers auf eine an der Drehachse angebrachten Scheibe erreicht wird. Dieser Körper ist in verschiedenen Abständen von der Drehachse anzubringen. Realisiert wurde dies mittels einer Stange der Länge  $l = 80cm \pm 0,1cm$ , des Radius  $r_s = 0,3cm \pm 0,1cm$  und der Masse  $m_S = 188g \pm 1g$ , welche radial über der Drehachse befestigt ist, und an welcher zwei zylinderförmiger Gewichte der Massen  $m_1 = 235g \pm 1g$  und  $m_2 = 229g \pm 1g$  mit den Maßen  $l_K = 5cm \pm 0,1cm$  und  $r_K = 2cm$ . Das Trägheitsmoment dieses Systemes ergibt sich aus dem steinerschen Satz zu

$$I_{Ges} = I_{K1} + I_{K2} + (m_{1K} + m_{K2})r^2 + I_S \tag{8}$$

wobei  $I_S$  das Trägheitsmoment des Systemes ohne den Zusatzkörper ist. Die Trägheitsmomente aller beteiligten Komponenten sind die von Zylindern, welche über

$$I_Z = \frac{m}{12} (3r^2 + h^2)$$

bestimmbar sind und also als maximaler Fehler

$$\Delta I_Z = \left| \frac{\partial I_Z}{\partial r} \right| \Delta r + \left| \frac{\partial I_Z}{\partial h} \right| \Delta h + \left| \frac{\partial I_Z}{\partial m} \right| \Delta m = \frac{m}{12} (6r \Delta r + 2h \Delta h) + \frac{1}{12} (3r^2 + h^2) \Delta m$$

folgt. Es ergeben sich also für die betroffenen Komponenten

$$I_{K1} = (0,000725 \pm 0,000003) \text{kgm} \quad (9)$$

$$I_{K2} = (0,000706 \pm 0,000002) \text{kgm} \quad (10)$$

$$I_S = (0,01027 \pm 0,00008) \text{kgm} \quad (11)$$

mit  $I_{K1}$  als das Trägheitsmoment der einen Masse,  $I_{K2}$  als das Trägheitsmoment der anderen Masse und  $I_S$  das Trägheitsmoment des Systemes ohne beide Massen, also der Stange, wobei der Fehler des letzteren Trägheitsmomentes  $I_S$  sehr viel höher als der errechnete liegen dürfte, da die Stange tatsächlich aus 2 Zylindern besteht, die jedoch nicht zu trennen sind, also auch nicht gesondert wägbare sind und das Trägheitsmoment dieser Stange nicht exakt zu ermitteln ist.

Nun wurden von uns die Feder um ca.  $\pi$  ausgelenkt und die Dauer von 10 Schwingungen, also  $10T$  gemessen, die Massen an der Stange verschoben. Die Schwingungsdauern sowie die jeweilige Entfernung  $r$  der Massen von der Drillaachse sind in Tabelle 2 eingetragen. In dieser Tabelle stehen auch die sich aus der jeweiligen Position der Massen  $K_1$  und  $K_2$  durch Gleichung 8 ergebenden Trägheitsmomente des Gesamtsystems  $I_{Ges}$ . Der angegebene Fehler ergibt sich aus

$$\begin{aligned} \Delta I_{Ges} &= \left| \frac{\partial I_{Ges}}{\partial I_S} \right| \Delta I_S + \left| \frac{\partial I_{Ges}}{\partial I_{K1}} \right| \Delta I_{K1} + \left| \frac{\partial I_{Ges}}{\partial I_{K2}} \right| \Delta I_{K2} + \\ &\quad \left| \frac{\partial I_{Ges}}{\partial r} \right| \Delta r + \left| \frac{\partial I_{Ges}}{\partial m_{K1}} \right| \Delta m_{K1} + \left| \frac{\partial I_{Ges}}{\partial m_{K2}} \right| \Delta m_{K2} \\ &= \Delta I_{K1} + \Delta I_{K2} + \Delta I_S + r^2 (\Delta m_{K1} + \Delta m_{K2}) + (m_{K1} + m_{K2}) r \Delta r \end{aligned} \quad (12)$$

Löst man Gleichung 7 nach  $D$  auf, so findet man

$$D = \frac{4\pi^2 I_{Ges}}{T^2} \quad (14)$$

und als maximalen Fehler des so gefundenen Ergebnisses

$$\begin{aligned} \Delta D &= \left| \frac{\partial D}{\partial I_{Ges}} \right| \Delta I_{Ges} + \left| \frac{\partial D}{\partial T} \right| \Delta T \\ \Delta D &= 4\pi^2 \left( \frac{1}{T^2} \Delta I_{Ges} + 2 \frac{I_{Ges}}{T^3} \Delta T \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Die Ergebnisse der so durchzuführenden Berechnungen sind in Tabelle 3 zu sehen.

Als Endergebnis findet man also  $(3,8 \pm 0,5) * 10^{-2} \frac{Nm}{Rad}$ . Im Rahmen der Messfehler stimmt dieses Ergebnis mit dem in 2.1.1 gefundenem Ergebnis von  $(2 \pm 1) * 10^{-2} \frac{Nm}{Rad}$  bzw.  $(2 \pm 2) * 10^{-2} \frac{Nm}{Rad}$  überein. Allerdings ist offenbar, dass die durchgeführten Messungen in Teilen sehr ungenau gewesen sein müssen. Die Messwerte dürften offensichtlich nur der Größenordnung nach zuverlässig sein.

## 2.2 Bestimmung der Trägheitsmomente verschiedener Körper

### 2.2.1 Kugel, Scheibe

In diesem Versuch haben wir die Zeit  $T$  für eine Schwingung des Körpers gemessen, indem wir  $10T$  mehrfach gemessen haben und dann darüber gemittelt haben. Als Messwerte ergaben sich für die zwei Körper die in der Tabelle 4 aufgelisteten Werte. Hierbei betrug der Fehler für  $10T$   $0,1s$ . Aus den Werten in dieser Tabelle ergeben sich die Werte für die mittlere Schwingungsdauer und für das Trägheitsmoment mit ihren Fehlern in Tabelle 5. Zur Berechnung der Fehler wurde die Formel (16) verwendet.

$$\Delta I = \left| \frac{T^2}{4\pi^2} \right| \Delta D_{\Phi} + \left| \frac{D_{\Phi} T}{2\pi^2} \right| \Delta T \quad (16)$$

### 2.2.2 Zylinder

Der Versuchsablauf war in diesem Fall der selbe wie in 2.2.1. Das gleiche gilt auch für den Fehler für  $T$ . Es ergaben sich hierbei die Messwerte aus Tabelle 6. Hieraus ergab sich dann die Tabelle 7 welche die Werte für  $T$  und  $I$  mit Fehlern beinhaltet. Für die Berechnung der Fehler kam wieder die Formel (16) zum Einsatz.

### 2.2.3 Drehtisch, Steinerscher Satz

Als erstes wird der Drehtisch allein verwendet um sein Trägheitsmoment aus seiner Schwingungsdauer im nachhinein bestimmen zu können. Dies führt zu Tabelle 8 welche die gemessenen Werte sowie das daraus berechnete Trägheitsmoment enthält. Nun wird der Vollzylinder zuerst zentral, dann nicht zentral auf dem Drehtisch montiert und jeweils die Schwingungsdauer für  $10T$  sowie der Abstand zum Mittelpunkt notiert. Mit Hilfe der Werte für  $T$  ergibt sich das Gesamtträgheitsmoment  $I_{ges}$  sowie das Trägheitsmoment  $I = I_{ges} - I_D$  für den Zylinder. Die Messwerte sowie die Werte für die Trägheitsmomente sind in der Tabelle 9 enthalten. Hieraus ist auch zu erkennen, daß der Wert des Trägheitsmomentes des Zylinders mit dem aus A2.2.2 übereinstimmt, weil die Werte aus dieser und der vorigen Aufgabe jeweils in der Fehlerumgebung der Werte der jeweils anderen Aufgabe liegen. Als letztes noch zum Steinerschen Satz, dieser wird bestätigt, was aus dem Graphen in Abbildung 2 zu erkennen ist.

## 2.3 Berechnung von Trägheitsmomenten

### 2.3.1 Charakterisierung der Probekörper

In der Tabelle 10 befinden sich die Abmessungen und Massen der Probekörper.

### 2.3.2 Berechnete Trägheitsmomente der Probekörper

In der Tabelle ?? befinden sich die berechneten Werte für die Trägheitsmomente. Verglichen mit den gemessenen Werten, siehe Aufgaben 2.2.1-2.2.3, sind diese Werte etwas höher, was darauf zurückzuführen ist, daß wir die Massen der Feder sowie der Achse vernachlässigt haben, von denen zumindest letztere ein Drehmoment aufweist.

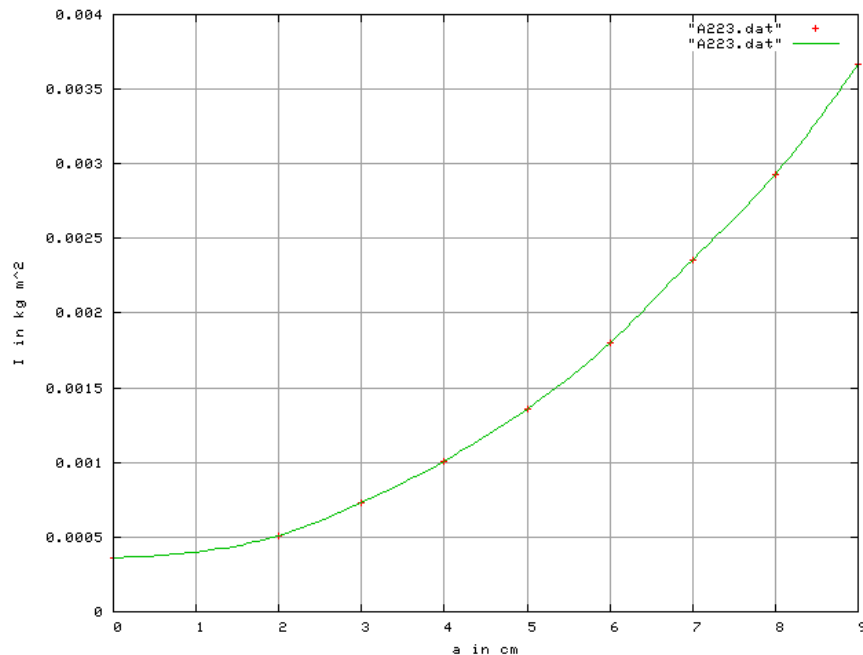


Abbildung 2: Auftragung von I gegen a

## 2.4 Reversionspendel

In diesem Abschnitt soll mit Hilfe eines Reversionspendels die Erdbeschleunigung ermittelt werden. Dazu ist die verschiebbare Masse möglichst nahe an die feste Masse zu schieben und die Schwingungszeit des Pendels für normale und umgekehrte Aufhängung zu bestimmen ist. Eine Abbildung des Reversionspendels ist in Abb. 3 zu sehen. Die verschiebbare Masse ist dann von der festen weiter zu entfernen, die beiden Messungen erneut durchzuführen und das Ganze so oft wie möglich zu wiederholen. Sinn des Ganzen ist es, die Entfernung zu ermitteln, bei der die Schwingungsdauern bei beiden Aufhängungsarten gleich sind. Dazu trägt man die Schwingungsdauern gegen die Entfernung der Massen voneinander auf, ermittelt die Schnittpunkte der interpolierten Grafen. Es sollten sich zwei solche Punkte finden. Zur Verbesserung der Genauigkeit sind die Messungen im Bereich des Schnittpunktes dann noch einmal in feinerer Auflösung durchzuführen. Ist die Entfernung  $l_r$  der Massen mit gleicher Schwingdauer hinreichend genau bestimmt, lässt sich die Erdbeschleunigung einfach über die Formel 17 bestimmen.

$$g = 4\pi^2 \frac{l_r}{T^2} \quad (17)$$

Dabei ist  $l_r$  der Abstand der beiden Aufhängungspunkte des Pendels. Bei unseren Versuchen betrug dieser Abstand  $l_r = 100\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$ . Wir maßen zur Ermittlung der groben Lage der Schnittpunkte im Abstand von je fünf Zentimetern die betreffenden Schwingungsdauern von 20 Schwingungen, bei der Feinmessung verschoben wir die Masse dann nur noch um einen Zentimeter. Es ergaben sich für uns bei der Grobmessung die Werte, wie sie in Tabelle 11 aufgeführt sind. Aus dem beiliegenden Diagramm ermittelten wir aus ihnen die Schnitt-

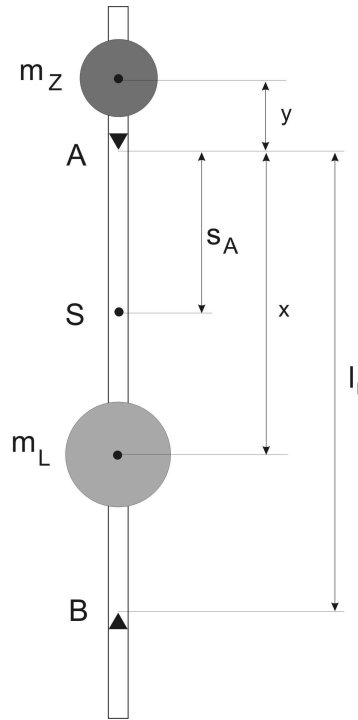


Abbildung 3: Ein Reversionspendel schematisch dargestellt

punkte bei einer Entfernung  $x_{s1} = 25\text{cm}$  bzw. einer Entfernung  $x_{s2} = 75\text{cm}$ . Die Ergebnisse der Feinmessung um diese beiden Punkte sind in Tabelle 12 zu lesen.

Aus Abb. 4 und Abb. 5 sind die zwei Abstände  $x_s$  gleicher Schwingungsdauer grafisch abzulesen. Offenbar liegt  $x_1$  bei  $25,8\text{cm}$  wobei auf Grund der relativ ungenauen Ausgleichsgeraden ein Fehler von mindestens  $\Delta x = 0,2\text{cm}$  anzunehmen ist. Der Schnittpunkt  $x_2$  ist ungefähr bei  $x_2 = 74,7\text{cm} \pm 0,2\text{cm}$ . Die zugehörigen Schwingungsdauer beträgt für  $20T_2 = (40080 \pm 20)\text{ms}$  den ersten bzw. für den zweitene Schnittpunkt dieselbe Schwingungsdauer  $20T_2 = (40080 \pm 20)\text{ms}$ , womit die Erdbeschleunigung mittels 17 zu errechnen ist. der maximale Fehler beträgt dabei

$$\begin{aligned} \Delta g &= \left| \frac{\partial g}{\partial T} \right| \Delta T + \left| \frac{\partial g}{\partial l_x} \right| \Delta l_r \\ \Delta g &= 4\pi^2 \left( \frac{l_r}{T^3} \Delta T + \frac{1}{T^2} \Delta l_r \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Man findet also für

$$g = (9,830 \pm 0,015) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (19)$$

Die Literaturwerte für  $g$  schwanken zwischen  $9,80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und  $9,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Vor diesem Hintergrund ist dies ein hervorragendes Ergebnis.

Doch es existiert noch eine weitere Möglichkeit, die Schnittpunkte zu bestimmen. Man kann zu den Werten der größeren Messung je ein Polynom für normale und umgedrehte Aufhängung finden, welches diese Werte approximiert, und mittels diesen beiden analytisch



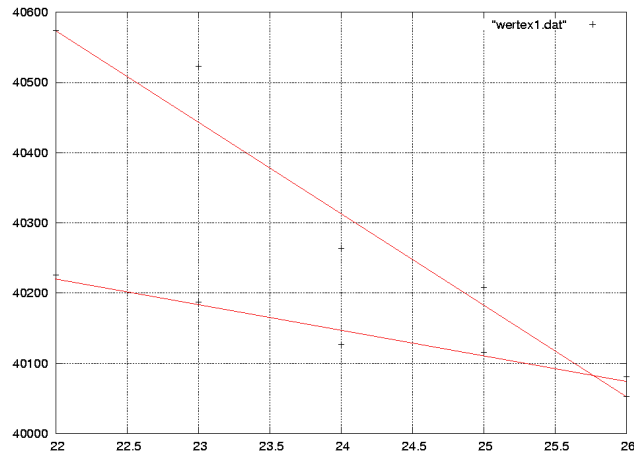


Abbildung 4: Ermittlung des ersten Schnittpunktes der Grafen der Schwingungsdauer ange-tragen gegen den Abstand  $x$  der der beiden Massen des Reversionspendels der Feinmessung. Der stärker fallende Graf zeigt den Graf bei normal hängendem, der andere Graf gehört zum umgedreht hängenden Pendel. Die x-Achse gibt den Abstand  $x$  in cm, die y- Achse die Schwingungsdauer  $20T$  in ms an.

den Schnittpunkt errechnen. Die Suche nach diesen Polynomen ließen wir von Mathematica erledigen. Dazu erstellten wir zwei Listen, welche die Messpunkte (Abstand und dazu gemessene Schwingungsdauer) jeweils einer Art der Aufhängung enthielten, und führten an jeder von dieser Listen  $x1[x] = Fit[liste, 1, x, x^2, x]$  aus, wobei liste die jeweilige Messpunktliste darstellt. Dies lieferte uns die Näherungspolynome

$$x_1(x) = 45220,9 - 247,876x + 2,36514x^2 \quad (20)$$

$$x_2(x) = 41486,5 - 74,6473x + 0,756326x^2 \quad (21)$$

mit  $x_1$  als die Näherungsfunktion für die normale,  $x_2$  für die umgedrehte Aufhängung. Ein Aufruf von  $Solve[x1[x]==x2[x],x]$  lieferte die beiden Funktionswerte, an welchen diese Funktionen sich schneiden. Es waren dies  $39933,3ms$  bzw.  $40259,5ms$ . Da diese Werte nicht übereinstimmen, es aber tatsächlich nur einen tatsächlichen Wert geben kann, rechneten wir mit dem Mittelwert  $20T = 4,01 * 10^4ms$  weiter und nahmen dabei aber einen Fehler  $\Delta T$  von  $(40096,4 - 39933,3)ms = 163,1ms$ , gerundet  $\Delta T = 200ms$  an. Es ergibt sich laut Formel 17 und 18 folgender Wert

$$g = (9,82 \pm 0,06) \frac{m}{s^2} \quad (22)$$

Auch dies ist wieder eine gute Bestätigung der Literaturwerte bzw. wird durch diese gut bestätigt.

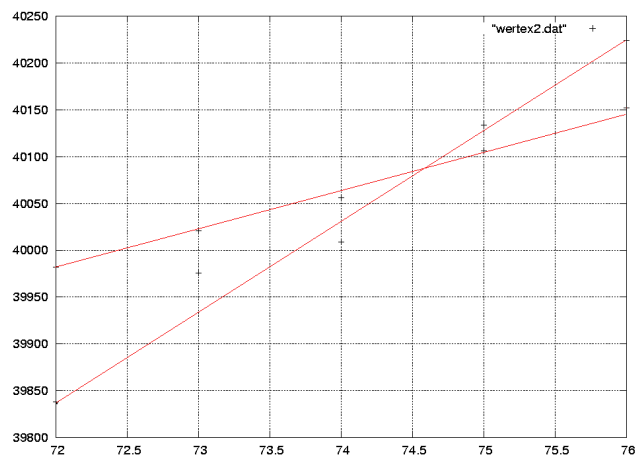


Abbildung 5: Ermittlung des zweiten Schnittpunktes der Grafen der Schwignungsdauer angetragen gegen den Abstand  $x$  der der beiden Massen des Reversionspendels der Feinmessung. Der stärker fallende Graf zeigt den Graf bei normal hängendem, der andere Graf gehört zum umgedreht hängenden Pendel. Die x-Achse gibt den Abstand  $x$  in cm, die y-Achse die Schwingungsdauer  $20T$  in ms an.

$m / g \pm 1g$	Auslenkung $/^\circ \pm 2,5^\circ$	Auslenkung $/Rad \pm 0,05Rad$	$Din \frac{Nm}{Rad}$	$\Delta Din \frac{Nm}{Rad}$
10	7,5	0,13	0,029	0,013
20	15,0	0,26	0,029	0,006
30	25,0	0,44	0,026	0,004
40	32,5	0,57	0,027	0,003
50	42,5	0,74	0,0255	0,002
60	50,0	0,87	0,0260	0,0018
70	60,0	1,05	0,0253	0,0014
80	70,0	1,22	0,0248	0,0012
90	77,5	1,35	0,0252	0,0011
100	87,5	1,53	0,0248	0,0010
110	95,0	1,66	0,0251	0,0009
120	105,0	1,83	0,0248	0,0008
130	115,0	2,01	0,0245	0,0008
140	122,5	2,14	0,0248	0,0007
150	132,5	2,31	0,0245	0,0007
160	140,0	2,44	0,0248	0,0006
170	150,0	2,62	0,0246	0,0006
180	157,5	2,75	0,0248	0,0006
190	167,5	2,92	0,0246	0,0005
200	175,0	3,05	0,0248	0,0005
210	182,5	3,19	0,0249	0,0005
Mittelwerte			0,0254	0,0019
10	-7,5	-0,13	0,029	0,007
20	-15,0	-0,26	0,029	0,003
30	-25,0	-0,44	0,0260	0,0017
40	-35,0	-0,61	0,0248	0,0011
50	-42,5	-0,74	0,0255	0,0010
60	-50,0	-0,87	0,0260	0,0008
70	-60,0	-1,05	0,0253	0,0007
80	-70,0	-1,22	0,0248	0,0005
90	-77,5	-1,35	0,0252	0,0005
100	-87,5	-1,53	0,0248	0,0004
110	-95,0	-1,66	0,0251	0,0004
120	-102,5	-1,79	0,0254	0,0004
130	-115,0	-2,01	0,0245	0,0003
140	-125,0	-2,18	0,0243	0,0003
150	-135,0	-2,36	0,0241	0,0003
160	-145,0	-2,53	0,02391	0,00023
180	-165,0	-2,88	0,02376	0,00021
190	-175,0	-3,05	0,02364	0,00020
200	-185,0	-3,23	0,02353	0,00018
Mittelwerte			0,0254	0,0008

Tabelle 1: Die bei unseren Versuchen ermittelten Werte für Auslenkung, einmal in Uhrzeigersinn, einmal entgegen den Uhrzeigersinn gemessen. Alle Winkelmessungen sind mit einem Fehler von  $0,05 \text{ Rad}$ , der Wägefehler beträgt  $1g$ . Die Mittelwerte wurden bei den positiven Auslenkungen nur mit den Werten ab  $70^\circ$ , bei den negativen Auslenkungen nur mit den Werten ab  $50^\circ$  ermittelt.

$r$ in $cm \pm 0,1cm$	$I_{Ges}$ in $kgm^2$	$10T_1$ in $s \pm 0,3s$	$10T_2$ in $s \pm 0,3s$	$10T_M$ in $s \pm 0,3s$
5	$0,01286 \pm 0,0001$	31,6	31,6	31,6
10	$0,01634 \pm 0,00015$	39,7	39,7	39,7
15	$0,02214 \pm 0,00020$	49,8	49,5	49,7
20	$0,03026 \pm 0,00026$	61,6	61,7	61,7
25	$0,04070 \pm 0,0003$	73,8	74,3	74,1

Tabelle 2: Messwerte der Schwingungsdauermessung. Es wurden jeweils zwei Messungen ( $T_1$  und  $T_2$ ) durchgeführt, wobei die Dauer von je 10 Schwingungen gemessen wurde. Zur Entfernung der Massen  $K_1$  und  $K_2$  sind die sich ergebenden Trägheitsmomente  $I_{Ges}$  mit errechneten Fehler angegeben. Der Messfehler der Zeitmessung beträgt  $\Delta s = 0,3s$ .

$I_{Ges}$ in $kgm^2$	$D$ in $\frac{Nm}{Rad}$	$\Delta D$ in $\frac{Nm}{Rad}$
0,01286	0,051	0,005
0,01634	0,041	0,007
0,02214	0,035	0,005
0,03026	0,031	0,0019
0,04070	0,030	0,0026
Mittelwert	0,038	0,0043

Tabelle 3: Die errechneten Werte für die Winkelrichgröße  $D$  mit Fehler.

Bezeichnung	10T in s
Scheibe 1	15,00
	15,00
	15,10
	15,00
	15,00
	15,00
Kugel 2	15,15
	15,15
	15,15
	15,16
	15,20

Tabelle 4: Messwerte zu Aufgabe 2.2.1

	T in s	Trägheitsmoment I in kg m <sup>2</sup>
Scheibe 1	1,50±0,01	0,00144±0,00013
	1,50±0,01	0,00144±0,00013
	1,51±0,01	0,00146±0,00013
	1,50±0,01	0,00144±0,00013
	1,50±0,01	0,00144±0,00013
	1,50±0,01	0,00144±0,00013
Kugel 2	1,52±0,01	0,00147±0,00013
	1,52±0,01	0,00147±0,00013
	1,52±0,01	0,00147±0,00013
	1,52±0,01	0,00147±0,00013
	1,52±0,01	0,00148±0,00013

Tabelle 5: Ergebnisse mit Fehlern

Bezeichnung	10T in s
Zylinder 2	7,6
	7,5
	7,6
	7,5
	7,5
	7,5
Hohlzylinder 1	10,9
	10,69
	10,71
	10,72
	10,63
	10,67

Tabelle 6: Messwerte zu Aufgabe 2.2.2

	T in s	Trägheitsmoment I in kg m <sup>2</sup>
Zylinder 2	0,76±0,01	0,00037 0,00004
	0,75±0,01	0,00036±0,00004
	0,76±0,01	0,00037±0,00004
	0,75±0,01	0,00036±0,00004
	0,75±0,01	0,00036±0,00004
	0,75±0,01	0,00036±0,00004
Hohlzylinder 1	1,09±0,01	0,00076±0,00007
	1,07±0,01	0,00073±0,00007
	1,07±0,01	0,00073±0,00007
	1,07±0,01	0,00074±0,00007
	1,06±0,01	0,00072±0,00007
	1,07±0,01	0,00073±0,00007

Tabelle 7: Ergebnisse mit Fehlern

10T in s	T in s	$I_D$ in kg m <sup>2</sup>
12,56	1,26	0,00101±0,00009
12,65	1,27	0,00102±0,00010

Tabelle 8: Messwerte und Trägheitsmomente des Drehtisches bei einem Messfehler von 0,01s für T

Abstand in cm	10T in s	T in s	$I_{ges}$	I
0,0	14,67	1,47	0,00138±0,00013	0,00036±0,00022
2,0	15,45	1,55	0,00153±0,00014	0,00051±0,00023
3,0	16,54	1,65	0,00175±0,00016	0,00073±0,00025
4,0	17,81	1,78	0,00203±0,00018	0,00101±0,00028
5,0	19,27	1,93	0,00238±0,00021	0,0014±0,0004
6,0	20,97	2,1	0,00281±0,00025	0,0018±0,0004
7,0	22,97	2,3	0,00337±0,00029	0,0024±0,0004
8,0	24,85	2,49	0,0040±0,0004	0,0029±0,0005
9,0	27,07	2,71	0,0047±0,0004	0,0037±0,0005

Tabelle 9: Messwerte sowie Werte für I und  $I_{ges}$  wobei der Wert für 10T gemittelt ist über 2 mal 10T

Körper	H in m	$D_a$ in m	$D_i$ in m	m in kg
Scheibe 1	0,011	0,220		0,275
Kugel 2		0,139		0,850
Zylinder 2	0,091	0,089		0,361
Hohlzylinder 1	0,090	0,090	0,0873	0,2755
Drehtisch	0,005	0,200		0,216

Tabelle 10: Abmessungen und Massen der Probekörper

Körper	Trägheitsmoment
Scheibe 1	0,0017
Kugel 2	0,0016
Zylinder 2	0,0004
Hohlzylinder 1	0,0005
Drehtisch	0,0011

Abstand $x$ / $cm \pm 0,2cm$	$20T$ / $ms \pm 1ms$	$20T$ / $ms \pm 1ms$ (umgedreht)
10	43586	40761
15	42244	40525
20	40979	40307
25	40126	40121
30	39510	39960
35	39075	39836
40	38840	39736
45	38729	39678
50	38836	39655
55	38945	39640
60	39164	39702
65	39449	39797
70	39790	39943
75	40127	40140
80	40635	40287
85	41105	40631
90	41559	40959

Tabelle 11: Messwerte für das Reversionspendel zur ungefähren Bestimmung der Entfernung  $x_s$  mit gleicher Schwingungsdauer für normale und umgekehrte Aufhängung des Pendels

Abstand $x$ / $cm \pm 0,2cm$	$20T$ / $ms \pm 1ms$	$20T$ / $ms \pm 1ms$ (umgedreht)
22	40576	40226
23	40523	40187
24	40264	40127
25	40208	40116
26	40081	40053
72	39838	39982
73	39976	40021
74	40009	40056
75	40134	40106
76	40224	40152

Tabelle 12: Messwerte der Feinmessung zur Bestimmung der Entfernung  $x_s$  gleicher Schwingungsdauer.