Barbara Hammer, FB Mathematik/Informatik, Universität Osnabrück

Softcomputing (WS 2000/01)
7.Übungsblatt

Abgabe bis spätestens Donnerstag, 14.12.00 (!), $13^{\underline{00}}$ Uhr, Briefkasten im 4. Stock des AVZ

Das Drama geht weiter: Multiple Choice, für jede richtige Antwort gibt's einen Punkt, für jede falsche einen halben Abzug. Sie dürfen gerne kurze Erläuterungen beilegen, müssen das aber nicht – Ausnahme: wenn Sie für fuzzy votieren, legen Sie bitte eine kurze Begründung bei. Bitte lochen Sie je die Ihnen korrekt erscheinende Antwort; nur Zettel, bei denen sich jedes Loch vollständig im entsprechenden Kästchen befindet, die Ränder des Kästchens nicht beschädigt sind, das Loch absolut symmetrisch ist und mindestens einen Durchmesser von 1.3mm aufweist, können als gültig anerkannt werden ;-)

ja fuzzy nein

1. □ □ □ Für jede idempotente t-Norm $\top$ gilt $\top < \top_{\min}$.

2. □ □ □ $\top : [0,1]^2 \to [0,1]$, $\top(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{falls } a \text{ oder } b \leq 0.5 \\ \min\{a,b\} & \text{sonst} \end{cases}$ ist eine t-Norm.

3. □ □ □ Für jede Fuzzymenge A gilt $\chi_A(x) = \sup_\alpha\{x \in [\chi_A]_\alpha\} = \sup_\alpha\{x \in [\chi_A]_{\bar{\alpha}}\}$.

4. □ □ □ Die Ausgabewerte (Klassenmittelpunkte und Zugehörigkeiten) des Fuzzy-k-means-Clustering-Algorithmus hängen stetig von den Trainingsdaten ab, d.h. wenn man den Algorithmus laufen läßt, bis Konvergenz eintritt, anschließend die Trainingsdaten nur wenig ändert, und den Algorithmus dann wieder bis zur Konvergenz laufen läßt, dann unterscheiden sich die Ausgaben vom ersten und zweiten Lauf nur wenig.

5. □ □ □ Die Fuzzymengen $\chi_A : (1 \mapsto 0.5, 2 \mapsto 0.3, 3 \mapsto 0.7)$ und $\chi_B : (1 \mapsto 0.6, 2 \mapsto 0.7, 3 \mapsto 0.2)$ seien gegeben.

   Dann ist

   $[\hat{f}(\chi_A \times \chi_B)]_{0.6} = \{29, 31\}$ für $f : (a,b) \mapsto 3a^2 - b + ab$ und

   $[\hat{g}(\chi_A \times \chi_B)]_{0.6} = \{9\}$ für $g : (a,b) \mapsto \max\{a^2, a+b\}$.

6. □ □ □ χ_A und χ_B seien symmetrische Fuzzymengen auf $X \times X$, d.h. $\chi_A(x,y) = \chi_A(y,x)$ und $\chi_B(x,y) = \chi_B(y,x)$. Dann ist auch die max-min-Komposition $\chi_A \circ \chi_B$ symmetrisch.

7. □ □ □ Für die Fuzzymenge

   $\chi_A : (0,0) \mapsto 0.3, (0,1) \mapsto 0.5, (1,0) \mapsto 0.4, (1,1) \mapsto 0.3$

   ist die max-Produkt-Komposition $A \circ A$ gegeben durch

   $(0,0) \mapsto 0.2, (0,1) \mapsto 0.15, (1,0) \mapsto 0.12, (1,1) \mapsto 0.2)$.

8. □ □ □ Für symmetrische Funktionen (d.h. $\chi_A(x) = \chi_A(-x)$) ist MOM(χ_A) = COG(χ_A), vorausgesetzt COG und MOM existieren für diesen Fall.

9. □ □ □ A sei normale Fuzzymenge auf X, $M \subset X$. Dann gilt immer Poss$_A(M) \geq$ Nec$_A(M)$.

10. ☐ ☐ ☐ Die Konturfunktion der zufälligen Menge:
$\{1,2,3\}$ mit $p_1 = 0.3$, $\{1,2\}$ mit $p_2 = 0.4$, $\{3\}$ mit $p_3 = 0.2$ und $\{\}$ mit $p_4 = 0.1$
bewertet die Zahlen $1, 2, 3$ je mit 0.5.

11. ☐ ☐ ☐ Der α-Schnitt der extensionalen Hülle von $[1,2]$ in $\mathbb{R}$ bzgl. der Gleichheitsrelation
$E(x,y) = \max\{0, 1 - |x-y|\}$ ist die Menge $[1-\alpha, 2+\alpha]$ für alle $\alpha \geq 0$.

12. ☐ ☐ ☐ Das Optimierungsproblem
$\max(1,2,3)x$ mit $x \geq 0$, $(2,3,4)x \leq 7$
sei gegeben. Optimal bei der Notwendigkeit $\alpha > 0$ ist $x = 7/(4-\alpha)$.

13. ☐ ☐ ☐ Mithilfe possibilistischer Resolution ist aus M die Aussage (Cl,0.4) ableitbar, wobei M die folgenden Formeln beinhaltet:
(GoinFlorida $\rightarrow$ Go,0.8),
($\neg$ GoinFlorida $\rightarrow$ Bu,0.9),
(Hand $\rightarrow$ GoinFlorida,0.5),
(Hand $\rightarrow$ $\neg$ GoinFlorida,0.4),
($\neg$(Bu $\wedge$ Go),1),
(Hand,0.7)

14. ☐ ☐ ☐ Die Interpretation I bewerte A mit 0.5, B mit 0.3 und C mit 0.6. Dann ist für $\perp_{\text{Luka}}$ und $\top_{\text{Luka}}$
$I^*(((A \vee \neg B) \rightarrow C) \wedge (A \leftrightarrow B)) = 0.42$.

15. ☐ ☐ ☐ Mithilfe der min/max-t-Norm/Conorm und dem possibilistischen Modus Ponens kann man aus der Wissensbasis
$((A \wedge B) \rightarrow C, 0.5)$,
$((C \vee B) \rightarrow A, 0.8)$,
$(A \rightarrow B, 0.9)$, $(B, 0.3)$
die Aussage $(B, 0.5)$ ableiten.

16. ☐ ☐ ☐ Die Interpretation $(A \mapsto 0.5, B \mapsto 0.5, C \mapsto 0.5)$ ist mit der Wissensbasis
$(A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow \neg A)$ und der Lukasiewicz-t-Norm/Conorm kompatibel.

17. ☐ ☐ ☐ Fuzzy auf atomarer Ebene: Jede Wissensbasis, die nur Formeln ohne Negation mit einem positiven Wert belegt, hat eine kompatible Interpretation.

18. ☐ ☐ ☐ S- und t-Implikationen sind stetig, wenn die zugrundeliegenden t-Normen/Conormen es sind.

19. ☐ ☐ ☐ Das Residuum einer stetigen t-Norm ist monoton fallend im ersten Argument und monoton wachsend im zweiten Argument.

20. ☐ ☐ ☐ $\top$ und $\perp$ sei ein Paar von stetiger t-Norm und zugehöriger Conorm. Dann gilt für die Residuen
$R_\top(\alpha, \beta) = 1 - R_\perp(1-\alpha, 1-\beta)$.